

# Алгоритм решения задачи связности в условиях наличия неисправных каналов связи для детерминированной маршрутизации, основанной на правиле порядка направлений, в сети с топологией «многомерный тор»

Пожилов И. А.  
ОАО «НИЦЭВТ»

В статье рассматриваются высокоскоростные коммуникационные сети с топологией «многомерный тор» и детерминированная маршрутизация в них, основанная на правиле порядка направлений. Предполагается наличие некоторого множества каналов связи, вышедших из строя. Ставится задача связности для данной сети: проверка наличия детерминированного маршрута для каждой пары узлов, отвечающего правилам маршрутизации и не содержащего отказавших каналов связи. Предлагается алгоритм решения данной задачи для произвольно заданной маршрутизации. При помощи построенного алгоритма проводится исследование двух подходов к построению различных путей между парой вершин: неминимальная детерминированная маршрутизация с порядком направлений и маршрутизация, основанная на механизме First Step/Last Step. Оценивается вероятность потери связности при заданном количестве отказавших каналов связи и на основе этой зависимости производится оценка эффективности механизма First Step/Last Step. Производится сравнение исследуемых методов маршрутизации с полной маршрутизацией, которая использует все пути, удовлетворяющие правилу порядка направлений, и является теоретическим барьером для маршрутизаций, использующих это правило. Показано, что при использовании метода First Step/Last Step выбранная вероятность потери связности достигается на существенно большем количестве отказавших каналов (до трех раз).

## 1. Введение

В ОАО «НИЦЭВТ» ведется разработка высокоскоростной коммуникационной сети «Ангара» с топологией «многомерный тор» [1, 2]. В 2013 году был выпущен кристалл маршрутизатора этой сети, к 2015 году ожидается построение суперкомпьютера на его основе. Данная статья открывает цикл работ по исследованию отказоустойчивости сети «Ангара».

Современные суперкомпьютерные системы включают в себя большую совокупность элементов: процессоров, модулей памяти, сетевых устройств, устройств ввода-вывода, связанных в единый программно-аппаратный комплекс. И хотя каждый из этих элементов независимо обладает большой степенью надежности, с ростом количества подобных элементов система в целом обнаруживает тенденцию к возникновению непредвиденных неисправностей. Возникает необходимость контроля за развитием ситуации и поддержания работоспособности системы даже в условиях ограниченной функциональности отдельных ее элементов.

Одной из задач обеспечения отказоустойчивости является сохранение возможности доставки сообщений по коммуникационной сети в обход отказавших каналов связи. В данной статье рассматривается проблема обеспечения отказоустойчивости для детерминированной маршрутизации по порядку направлений (Direction ordered routing, DOR, [3, 4]).

В разделе 2 приводятся необходимые формальные определения. В разделе 3 приводится постановка задачи связности в общем виде. В разделе 4 рассматриваются два алгоритма решения задачи связности, приводятся оценки их эффективности и области применимости.

В разделе 5 дается формальное описание алгоритмов маршрутизации, которые исследованы в разделе 6.

## 2. Определения

В данном разделе введем некоторые формальные определения, с которыми будет удобно работать далее.

Рассмотрим вычислительную сеть с топологией  $n$ -мерный тор. Пусть размерности тора имеют значения  $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ . Общее количество узлов сети обозначим  $N_{nodes}$ .

В этой сети узел  $u$  имеет координаты  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ , где  $0 \leq u_j < d_j$ . Множество всех узлов сети будем обозначать  $\mathcal{N}$ .

Соседними в рамках тороидальной топологии будут узлы  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  и  $\tilde{u} = (u_1, \dots, (u_j \pm 1) \bmod d_j, \dots, u_n)$  для любого индекса  $1 \leq j \leq n$ .

Видно, что каждый узел имеет  $2n$  соседей (в случае  $d_j > 2$ ). Будем говорить, что каждый из этих соседей находится в одном из *направлений* от узла  $u$ . Множество направлений  $\overline{1, 2n}$  обозначим  $\mathcal{D}$ . Направления  $1, \dots, n$  будем называть *положительными*:

$$\tilde{u} = (u_1, \dots, (u_j + 1) \bmod d_j, \dots, u_n),$$

если  $\tilde{u}$  находится в направлении  $j$  от  $u$ , где  $1 \leq j \leq n$ .

Направления  $n + 1, \dots, 2n$  будем называть отрицательными:

$$\tilde{u} = (u_1, \dots, (u_j - 1) \bmod d_j, \dots, u_n)$$

в случае  $n + 1 \leq j \leq 2n$ .

Множество положительных и отрицательных направлений обозначим, соответственно,  $\mathcal{D}_+$  и  $\mathcal{D}_-$ . Выражение « $v$  находится в направлении  $D \in \mathcal{D}$  от  $u$ » будем обозначать просто как  $v = u + D$ . Направление противоположное  $D$  будем обозначать  $-D \in \mathcal{D}$ . Индекс вектора координат, который изменяется в данном направлении обозначим  $|D| \in \overline{1, n}$ .<sup>1)</sup>

**Определение 1** Путем  $P$  в сети назовем последовательность вида  $u^0, D_1, u^1, D_2, \dots, D_N, u^N$ , где  $u^j$  — узел вычислительной сети.  $D_j$  — направление, связывающее вершину  $u^{j-1}$  с вершиной  $u^j$ .

Множество всех путей обозначим  $\mathcal{P}$ .

Иногда будем опускать указание промежуточных вершин  $u^j$ , т. к. они могут быть получены из направлений соответствующих переходов:  $u^j = u^{j-1} + D_j$ . Т. е.

$$u^0, D_1, u^1, D_2, \dots, D_N = u^0, D_1, D_2, \dots, D_N, u^N.$$

Заметим, что правило порядка направлений для детерминированной маршрутизации в данном случае формулируется как  $D_{j-1} \leq D_j, j = \overline{2, N}$ . Обозначим множество путей, удовлетворяющих правилу порядка направлений,  $\mathcal{P}_D(u^0, u^N)$ .

## 3. Постановка задачи связности

Среди всех возможных каналов связи определим *множество отказавших каналов*:

$$F = \{(u^j, D_j)\}_{j=1 \dots N_F}.$$

Так как канал связи между двумя узлами функционирует согласно двустороннему протоколу, то разумно предположить, что каналы связи между соседними узлами выходят из строя одновременно, т. е. множество  $F$  будет включать в себя отказавшие каналы связи попарно.

<sup>1)</sup> Математически  $-D \equiv D + n \pmod{2n}, |D| \equiv D \pmod{n}$ .

**Определение 2** Путь  $P = u^0, D_1, \dots, D_N, u^N$  назовем допустимым, если ни один из переходов  $u^{j-1}, D_j, u^j$  не осуществляется по одному из отказавших каналов, т. е.

$$\forall j \in \overline{1, N} \Rightarrow (u^{j-1}, D_j) \notin F.$$

Множество допустимых путей обозначим  $\mathcal{G}(u^0, u^N)$ .

Пусть для каждой (упорядоченной) пары узлов  $(u, v)$  известно множество путей, которые соединяют их согласно правилам маршрутизации:  $R : (u, v) \mapsto 2^{\mathcal{P}_D(u, v)}$ .

**Определение 3** Пару узлов  $(u, v)$  назовем связанными, если существует допустимый путь из узла  $u$  в узел  $v$  согласно правилам маршрутизации:

$$R(u, v) \cap \mathcal{G} \neq \emptyset.$$

**Определение 4** Задача связности заключается в нахождении множеств

$$R(u, v) \cap \mathcal{G},$$

т. е. в определении связности каждой пары узлов и нахождении допустимых путей между ними.

## 4. Алгоритмы решения задачи связности

В этом разделе рассмотрим два алгоритма решения задачи связности. Они будут отличаться областью применимости. Первый, переборный алгоритм, решает задачу связности в общем виде для произвольной маршрутизации  $R(u, v)$ . Второй алгоритм решает задачу связности для *полной маршрутизации*, т. е. маршрутизации, включающей все пути, удовлетворяющие правилу порядка направлений.

### 4.1. Переборный алгоритм

Рассмотрим алгоритм, решающий задачу связности по определению, т. е.

- 1) Строится полное множество  $R(u, v)$  допустимых путей между всеми парами узлов сети.
- 2) Из множества  $R(u, v)$  удаляются пути, содержащие в себе отказавшие каналы связи.
- 3) Полученное множество является решением задачи связности.

Оценим вычислительную сложность этого алгоритма и покажем, что он применим для решения задачи связности для маршрутизаций  $R(u, v)$  с ограничением на количество путей между парой вершин.

Путь  $P \in R(u, v)$  представлен в памяти как последовательность отрезков, соединяющих узлы сети, в которых совершаются повороты. Для проверки принадлежности отказавшего канала связи этому пути необходимо проверить его принадлежность каждому из этих отрезков. Эта проверка осуществляется за  $O(n^2)$  операций сравнения, т. к. проверяется принадлежность каждому из  $n$  отрезков и каждая проверка подразумевает  $O(n)$  сравнений, где  $n$  — число размерностей тора.

Пусть множество различных путей между двумя вершинами ограничено константой  $N_{paths}$ :

$$\forall u, v \Rightarrow |R(u, v)| \leq N_{paths}.$$

Тогда сложность построения всех путей можно оценить как

$$T_{build} = O(N_{nodes}^2 \cdot N_{paths}),$$

здесь предполагается, что  $n = O(1) \ll N_{nodes}$ , т. е. что число измерений тора ограничено некоторой небольшой константой и мало по сравнению с количеством узлов.

Решение задачи связности для заданного множества отказавших каналов  $F$  оценивается как

$$T_{conn} = O(N_{nodes}^2 \cdot N_{paths} \cdot |F|).$$

Для некоторых алгоритмов маршрутизации (см. 5) количество путей между парой вершин  $N_{paths} = O(n) = O(1)$ , т. е.  $N_{paths} \ll N_{nodes}$ , откуда можно получить

$$\begin{aligned} T_{build} &= O(N_{nodes}^2), \\ T_{conn} &= O(N_{nodes}^2 \cdot |F|). \end{aligned} \tag{1}$$

Еще раз заметим, что оценки (1) опираются на ограниченность количества путей между парой вершин. Не все алгоритмы маршрутизации обладают этим свойством. Если количество путей увеличивается с ростом количества узлов, то необходим другой алгоритм решения задачи связности.

## 4.2. Алгоритм для полной маршрутизации

В случае *полной маршрутизации* количество путей между двумя вершинами будет увеличиваться с ростом количества узлов, что приведет к ухудшению оценки (1). В этом разделе рассмотрим алгоритм, решающий эту проблему в случае, если маршрутизация  $R(u, v)$  включает в себя *все* пути, удовлетворяющие правилу порядка направлений:

$$R(u, v) = \mathcal{P}_{\mathcal{D}}(u, v).$$

Решение задачи связности в этом случае сведем к решению задачи о существовании пути для некоторого ориентированного графа  $G(V, E)$ . Построим граф  $G$ .

Множество вершин графа  $G$  имеет вид

$$V := \mathcal{N} \times \mathcal{D}.$$

Здесь вершины  $(u, d_0)$  соответствуют узлам  $u$ , путь до которых включает движение только по направлениям  $d : 1 \leq d \leq d_0$ .

Множество дуг включает дуги двух видов:

$$E := A \cup B,$$

где  $A$  — множество дуг, отвечающих каналам связи вдоль определенного направления:

$$A := \{((u, d), (u + d, d)) \mid u \in \mathcal{N}, d \in \mathcal{D}, (u, u + d) \notin F\},$$

где  $F$  — множество отказавших каналов связи;  $B$  — множество *тривиальных дуг*, отвечающих переходу к следующему направлению без изменения текущей вершины:

$$B := \{((u, d), (u, d + 1)) \mid u \in \mathcal{N}, d \in \overline{1, 2n - 1}\}.$$

Сведение задачи связности сети к задаче поиска пути в графе дает следующая теорема.

**Теорема 1** *Путь из узла  $u^0 \in \mathcal{N}$  в узел  $v^0 \in \mathcal{N}$ , удовлетворяющий правилу порядка направлений и не содержащий отказавших узлов существует в том и только в том случае, если в графе  $G$  существует путь из вершины  $(u^0, 1)$  в вершину  $(v^0, 2n)$ .*

**Доказательство.** Для доказательства приведем взаимнооднозначное соответствие между множеством путей в сети согласно определению 1 и множеством путей в графе  $G$ . Рассмотрим путь

$$P = u^0, D_1, u^1, D_2, \dots, D_N, u^N = v^0,$$

где  $D_{j-1} \leq D_j, i = \overline{2, N}$ .

Построим соответствующий путь в графе  $G$ :

$$(u^0, 1), \dots, (u^0, D_1), (u^1, D_1), \dots, (u^1, D_2), (u^2, D_2), \dots, (u^{N-1}, D_N), (u^N, D_N), \dots, (u^N, 2n).$$

$$\underbrace{(u^0, 1), \dots, (u^0, D_1)}_{\text{Ребра из } B} \underbrace{(u^1, D_1), \dots, (u^1, D_2)}_{\text{Ребра из } B} \underbrace{(u^2, D_2), \dots, (u^{N-1}, D_N)}_{\text{Ребра из } B} \underbrace{(u^N, D_N), \dots, (u^N, 2n)}_{\text{Ребра из } B}$$

Аналогичным образом можно по данному пути в графе  $G$  построить путь в сети согласно определению 1. Это соответствие показывает, что существование пути в сети из  $u^0$  в  $v^0$  равносильно существованию пути в графе  $G$  из  $(u^0, 1)$  в  $(v^0, 2n)$ .

►

Заметим, что в указанном построении одному каналу связи сети соответствует единственное ребро графа  $G$ , это сводит задачу отказоустойчивости для полной маршрутизации полностью на язык теории графов и делает исследования удобными.

Для решения задачи связности при помощи графа  $G$  применим метод поиска вширь: для каждой из вершин  $(u_0, 1)$  определим множество достижимых из нее вершин вида  $(v, 2n)$ . При этом соответствующие узлы  $v$  будут достижимы из  $u_0$  согласно доказанной теореме.

Оценим трудоемкость указанного алгоритма. Количество вершин графа  $G$  равно  $|V| = |\mathcal{N}| \cdot 2n = N_{nodes} \cdot 2n$ . Количество ребер  $|E| \leq 2|V|$ , т.к.  $|A| = |V|$ ,  $|B| \leq |V|$ . Алгоритм поиска вширь имеет сложность  $O(V + E) = O(n \cdot N_{nodes})$ . Но т.к. требуется  $N_{nodes}$  запусков поиска вширь, то общая сложность решения задачи связности

$$T_{conn} = O(n \cdot N_{nodes}^2).$$

Если применить предположение, которое было сделано для первого алгоритма, а именно  $n \ll N_{nodes}$ , то можно окончательно записать

$$T_{conn} = O(N_{nodes}^2).$$

Видим, что вычислительная сложность для полной маршрутизации практически аналогична оценке (1). Остановимся на этом немного подробнее. Напомним, что при построении оценки (1) было сделано предположение о малом количестве возможных путей между парой вершин. В случае полной маршрутизации это предположение не выполняется и поэтому решение задачи связности в данном случае первым алгоритмом имело бы сложность порядка  $O(N_{nodes}^3)$ . Но путем сведения задачи к задаче связности на графе удалось применить эффективный алгоритм поиска вширь, что и позволило получить более выгодную оценку сложности.

## 5. Исследуемые алгоритмы маршрутизации

В задаче связности важную роль играет отображение  $R(u, v)$ , которое показывает множество путей, которые данный алгоритм маршрутизации позволяет построить. Видно, что чем шире данное множество, тем большим потенциалом к отказоустойчивости обладает выбранная сеть. В этом разделе мы рассмотрим два алгоритма маршрутизации  $R(u, v)$ , а именно dirbit-маршрутизацию и метод First Step/Last Step. При помощи построенного алгоритма будет проведено исследование показателя, связанного с отказоустойчивостью рассматриваемой сети: вероятность потери связности при случайном выборе множества отказавших каналов связи.

### 5.1. dirbit-маршрутизация

Маршрутизация с использованием битов направлений предложена в [3]. Приведем здесь формальное описание этого алгоритма.

Пусть узел-отправитель имеет координаты  $s = (s_1, \dots, s_n)$ , узел-получатель  $t = (t_1, \dots, t_n)$ . По сути dirbit-маршрутизация является *покоординатной*: маршрут следования выравнивает координаты в определенном порядке. Пусть задано подмножество направлений  $D \subseteq \mathcal{D}$ , причем выполнено  $d \in D \Rightarrow -d \notin D$ , т.е.  $D$  не включает в себя противоположных направлений. Тогда путь  $P$  из  $s$  в  $t$  будет выглядеть следующим образом (здесь использована сокращенная запись пути, указаны не все промежуточные вершины):

$$\begin{aligned}
P(D) = & & u^0 = s, \\
& D_1, D_1, \dots, D_1, & u^1 = (s_1, s_2, \dots, t_{|D_1|}, \dots, s_n), \\
& D_2, D_2, \dots, D_2, & u^2 = (s_1, \dots, t_{|D_1|}, \dots, t_{|D_2|}, \dots, t_n), \\
& \dots & \dots \\
& D_{N-1}, \dots, D_{N-1}, & u^{N-1} = (t_1, t_2, \dots, s_{|D_N|}, \dots, t_n), \\
& D_N, D_N, \dots, D_N, & u^N = t.
\end{aligned}$$

где  $D_i \in D$ ,  $D_{i-1} < D_i$ . Видно, что критерий существования этого пути

$$\{|d| \mid d \in D\} \supseteq \{i \mid s_i \neq t_i\},$$

т.е. множество  $D$  должно включать в себя направления, соответствующие отличающимся координатам узлов отправки и назначения.

Количество возможных dirbit-путей из  $s$  в  $t$  дается формулой

$$N_{paths}(s, t) = 2^{|\{i \mid s_i \neq t_i\}|} \leq 2^n,$$

т.к. для каждого индекса  $i$  различающихся координат в  $s$  и  $t$  возможно составление двух маршрутов: один будет включать движение в направлении  $i$ , другой — в противоположном направлении.

Отсюда видно, что количество путей  $N_{paths} \ll N_{nodes}$ , а значит построенный алгоритм будет эффективно применим к этой маршрутизации.

## 5.2. Метод First Step/Last Step

Метод First Step/Last Step был предложен в [4] как механизм обхода отказавших узлов, а так же для маршрутизации в необычных конфигурациях сети.

Добавление нестандартного первого шага и нестандартного последнего шага позволяет расширить множество возможных путей маршрутизации. Если  $R_0(u, v)$  — множество путей, полученных при помощи некоторого другого алгоритма (например, dirbit-маршрутизации), то добавляя нестандартный первый и последний шаги мы можем получить маршрутизацию  $R_{FL}(u, v)$ :

$$\tilde{R}_{FL}(u, v) = R_0(u, v) \cup \{u, FS, p, LS, v \mid FS \in \mathcal{D}, LS \in \mathcal{D}, p \in R_0(u + FS, v - LS)\}.$$

Написанное означает: один шаг из  $u$  в направлении  $FS$ , затем произвольный путь из  $u + FS$  в  $v - LS$ , затем один шаг из  $v - LS$  в  $v$ .

Из указанной маршрутизации необходимо исключить пути, не удовлетворяющие правилу порядка направлений:

$$R_{FL}(u, v) = \tilde{R}_{FL}(u, v) \cap \mathcal{P}_D,$$

Далее будет рассмотрена задача связности для маршрутизаций  $R_0$  и  $R_{FL}$ , где  $R_0$  — построенная в 5.1 dirbit-маршрутизация.

## 6. Оценка отказоустойчивости маршрутизации

Пусть известно, что в сети имеется  $N_F$  отказавших каналов связи. Определим вероятность потери связности для заданной маршрутизации  $R$ :

$$P_F(N_F) = \mathbb{P}(\exists u, v \Rightarrow R(u, v) \cap \mathcal{G} = \emptyset \mid |F| = N_F),$$

где множество отказавших каналов  $F$  выбирается равномерно из всех множеств  $|F| = N_F$ . Т. е.  $P_F$  — вероятность появления хотя бы одной пары узлов, между которыми не существует допустимого пути.

Для нахождения зависимости  $P_F(N_F)$  применим метод Монте-Карло: будем генерировать множества  $F$  заданной мощности  $N_F$  и определять наличие путей между всеми парами вершин:

$$P_F(N_F) \approx \frac{|\{\exists u, v \Rightarrow R(u, v) \cap \mathcal{G} = \emptyset \mid F \in \mathcal{F}\}|}{N_{iter}},$$

где  $\mathcal{F}$  — набор случайно сгенерированных множеств отказавших каналов связи,

$$|\mathcal{F}| = N_{iter},$$

$$|F| = N_F, F \in \mathcal{F}.$$

Оценивать отказоустойчивость алгоритмов маршрутизации будем на основе вероятности потери связности.

На рис. 1 и 2 представлены графики зависимости  $P_F(N_F)$ , построенные методом Монте-Карло для  $N_{iter} = 10\,000$ . Обратим внимание на несколько фактов:

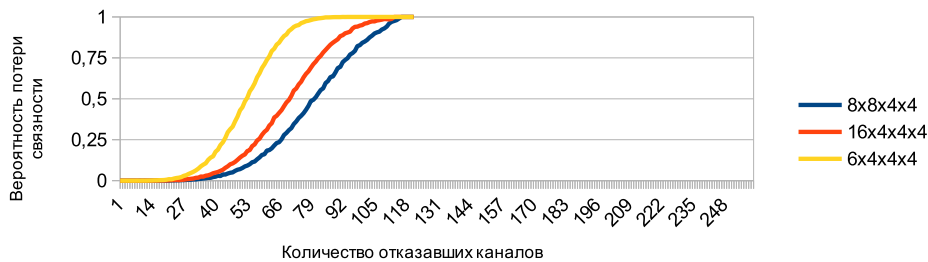
- 1) Полная маршрутизация задает теоретический барьер для задачи связности: она предполагает все возможные пути между парой узлов, удовлетворяющие правилу порядка направлений. Таким образом, увеличение отказоустойчивости за границы полной маршрутизации возможно только применением принципиально отличных методов маршрутизации, например [5].
- 2) Даже при малом количестве отказов наблюдается появление ненулевой вероятности потери связности. Для dirbit-маршрутизации это объясняется тем, что два отказавших канала в одном кольце тора приводят к отсутствию связности между некоторыми узлами в этом кольце. Но даже полная маршрутизация обладает этим недостатком.
- 3) Маршрутизация с применением нестандартных шагов позволяет заметно снизить вероятность потери связности, т. к. вводит дополнительные пути. Из рис. 1 видно, что для тора размером  $8 \times 8 \times 4 \times 4$  вероятность  $1/2$  для dirbit-маршрутизации достигается при числе отказов каналов связи 22, а для маршрутизации с использованием First Step/Last Step — при числе отказов 81, и примерно то же соотношение верно для всех остальных значений вероятности. Для торов меньших размеров видно, что эффективность First Step/Last Step не столь высока: одинаковый уровень вероятности достигается на значительно более близких количествах отказавших каналов.
- 4) Из рис. 2 и равномерности изображенных на нем кривых  $P_F$  можно выдвинуть гипотезу о существовании простой математической оценки для функции  $P_F$ , но это исследование лежит за рамками данной статьи.

## 7. Заключение

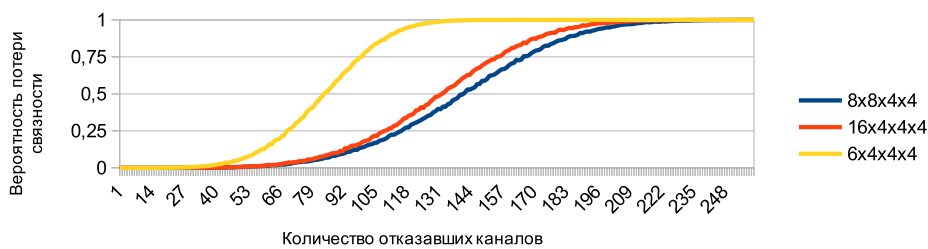
Построен алгоритм решения задачи связности для детерминированной маршрутизации в сети с топологией «многомерный тор». Этот алгоритм может использоваться как в составе



а) dirbit-маршрутизация



б) Применение First Step/Last Step



в) Полная маршрутизация

Рис. 1. Вероятность потери связности на примере 4D-торов.

системного ПО суперкомпьютера для обеспечения связности сети в условиях наличия неисправных каналов связи, так и в качестве вспомогательного средства для теоретических исследований характеристик отказоустойчивости детерминированной маршрутизации. В ходе исследований вероятности потери связности для некоторых конфигураций сети показана эффективность метода First Step/Last Step, который позволяет увеличить количество отказов каналов связи с сохранением прежней вероятности потери связности. При помощи алгоритма для решения задачи связности для полной маршрутизации удастся сравнить отказоустойчивость dirbit-маршрутизации и метода First Step/Last Step с теоретически максимальным результатом, который возможен для маршрутизации, удовлетворяющей правилу порядка направлений. Из построенных графиков видно, что потенциал отказоустойчивости такой маршрутизации выше, чем достигаемый при помощи метода First Step/Last Step, но в то же время эта разница не является огромной, поэтому с точки зрения отказоустойчивости реализация в сети полной маршрутизации не является задачей первостепенной важности.

Планируется продолжать исследование проблемы отказоустойчивости сетей, в частности построить математическую модель отказоустойчивости при помощи предложенного алгоритма, исследовать отказоустойчивость адаптивной маршрутизации, маршрутизации в подсети коллективных операций, оценить параметры производительности сети при наличии отказов, в частности, бисекционную пропускную способность.



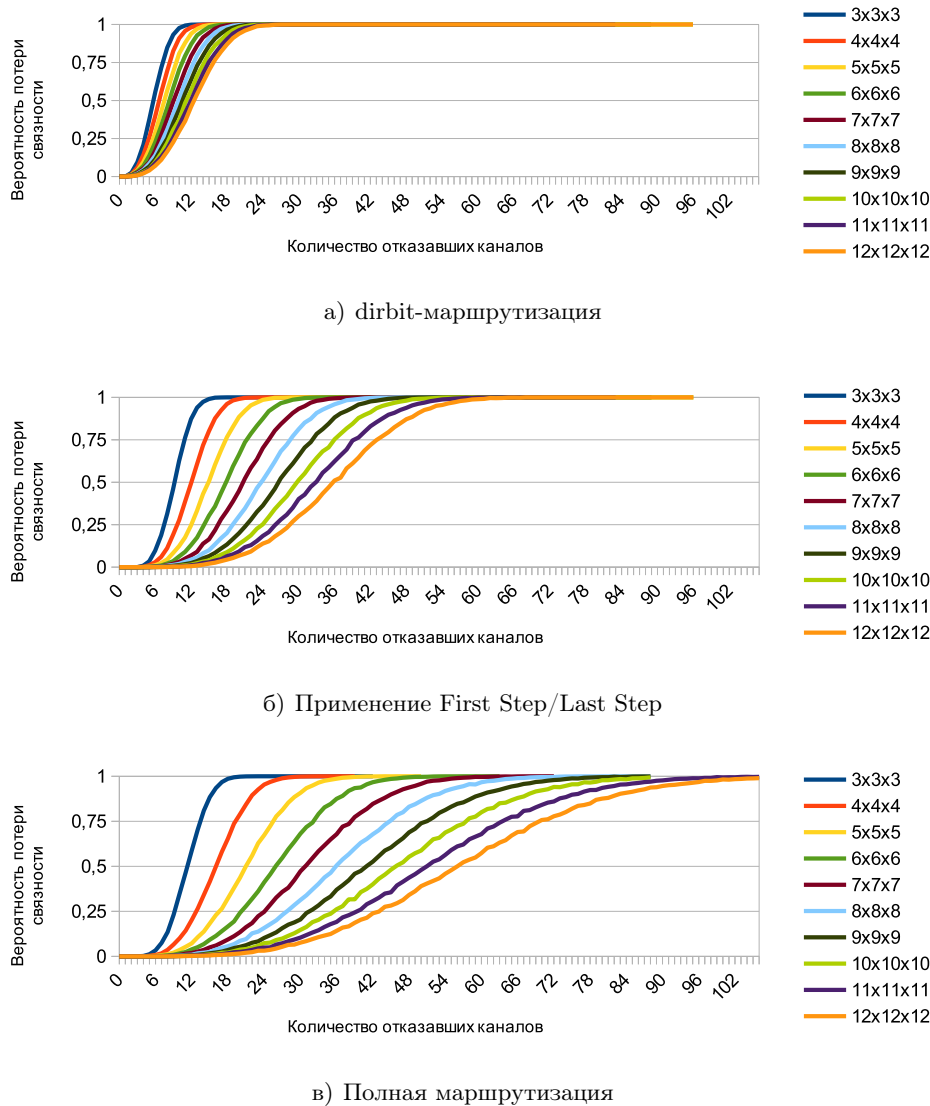


Рис. 2. Вероятность потери связности на примере равносторонних 3D-торов.

## Список литературы

1. А. А. Корж, Д. В. Макагон, И. А. Жабин, Е. Л. Сыромятников. Отечественная коммуникационная сеть 3D-тор с поддержкой глобально адресуемой памяти для суперкомпьютеров транспетафлопсного уровня производительности // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2010): Труды международной конференции (Уфа, 29 марта — 2 апреля 2010 г.). — Челябинск : Издательский центр ЮУрГУ, 2010. — С. 227–237.
2. И. Жабин, Д. Макагон, А. Симонов и др. Кристалл для Ангары // Суперкомпьютеры. — 2013. — Т. зима-2013. — С. 46–49.
3. Adiga N. R., Blumrich M., Chen D. et al. Blue Gene/L torus interconnection network // IBM Journal of Research and Development. — 2005. — Vol. 49, no. 2.3. — P. 265–276.
4. Scott S. L., et al. The Cray T3E Network: Adaptive Routing in a High Performance 3D Torus. — 1996.
5. Glass C., Ni L. The turn model for adaptive routing // Computer Architecture, 1992. Proceedings., The 19th Annual International Symposium on. — 1992. — P. 278–287.