

# **Распараллеливание итерационных методов решения вариационных неравенств**

Омский государственный технический  
университет

ассистент кафедры

«Прикладная математика и  
фундаментальная информатика»

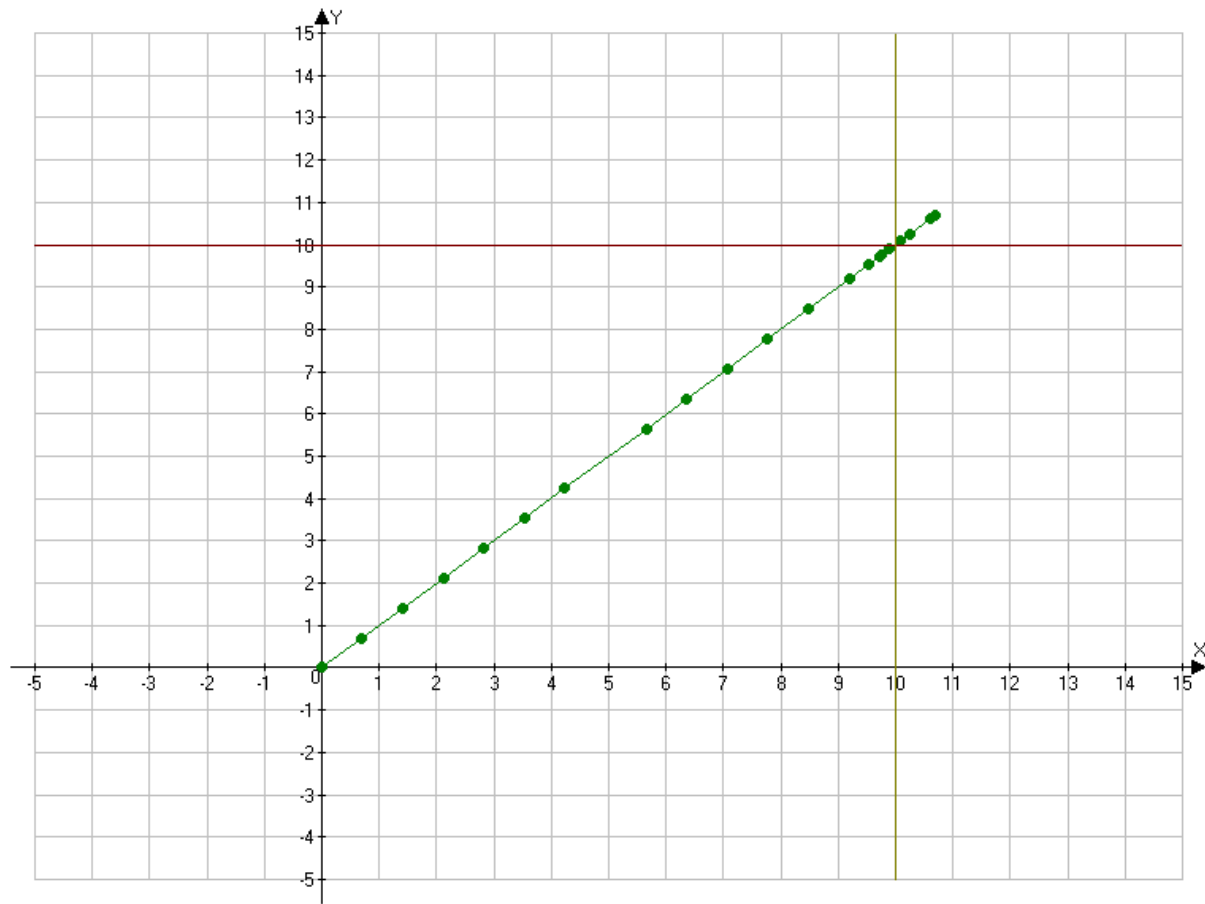
Запорожец Д. Н.

Научный руководитель профессор Зыкина А. В.

## Вариационное неравенство

- $(H(x^*), x - x^*) \geq 0, \forall x \in \Omega$
- $\Omega \subset R^n, H: R^n \rightarrow R^n$

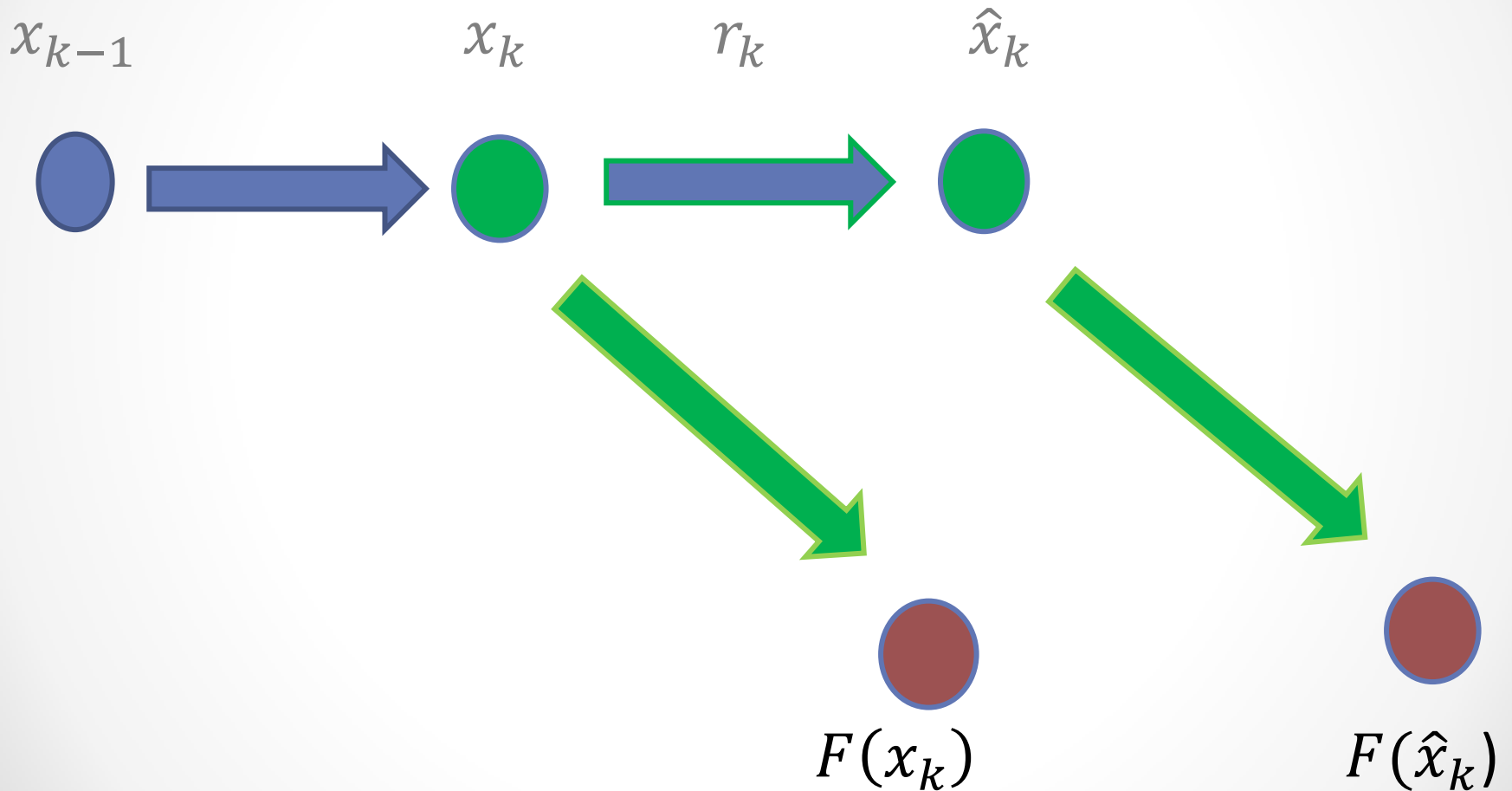
# Постановка проблемы



# Итерационный процесс с памятью

- $r_k = x_k - x_{k-1}$
- $\hat{x}_k = x_k + r_k$
- $x_{k+1} = \begin{cases} F(\hat{x}_k), & \hat{x}_k \in \Omega \\ F(x_k), & \text{иначе} \end{cases}$
- Условие  $\hat{x}_k \in \Omega$  называется критерием одного направления
- $\|F(x_{k+1}) - \hat{x}_k\| < \frac{(F(x_k) - x_k, \hat{x}_k - x_k)}{\|\hat{x}_k - x_k\|}$

# Итерационный процесс с памятью

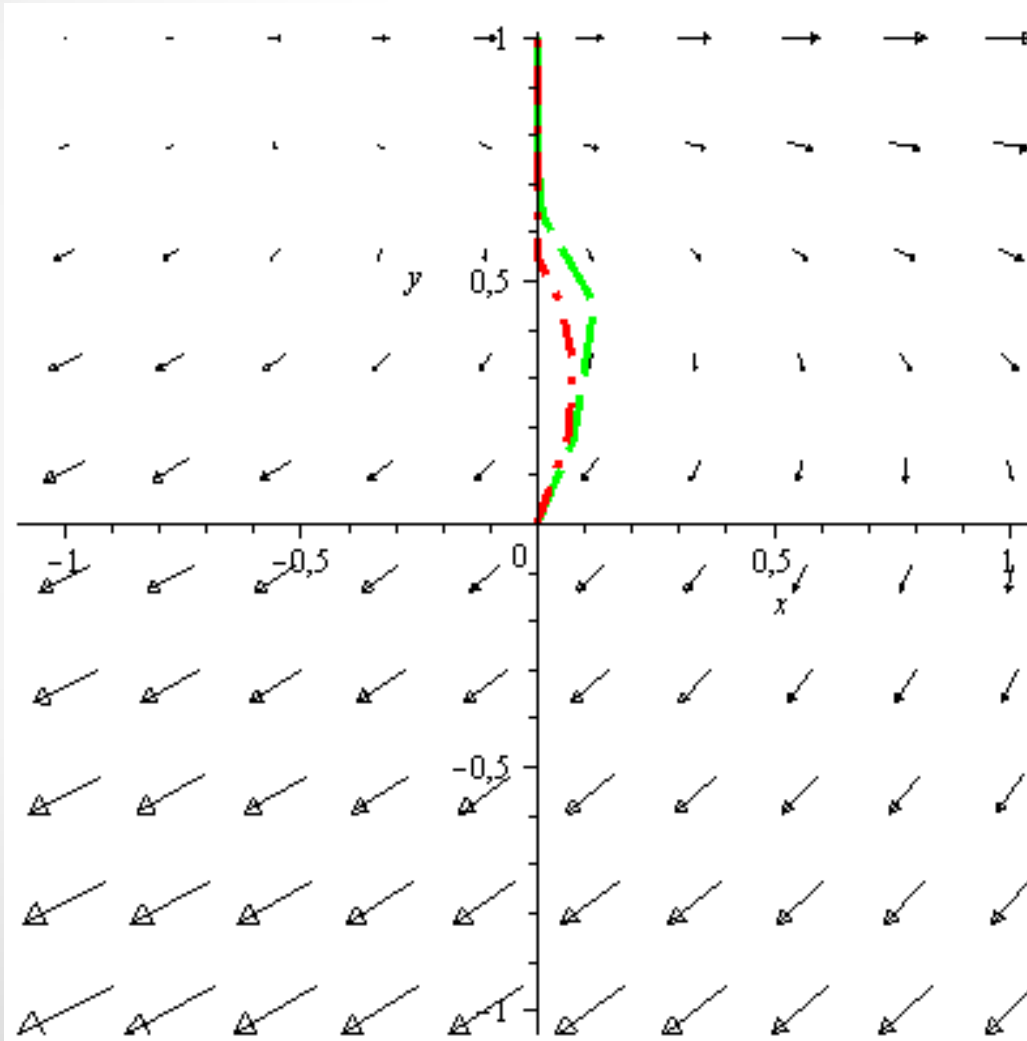


# Линейная задача дополнительности

- $\langle u^*, Mu^* + q \rangle = 0$
- $u^*, Mu^* + q \in R^n_+$
- $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, q = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  – стартовая точка
- $u^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  – решение задачи

# Линейная задача

## ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТИ



Градиентный	35
Градиентный с памятью	22
Одношаговый	65
Одношаговый с памятью	42
Двухшаговый	91
Двухшаговый с памятью	47

# Нелинейная оптимизационная задача

- Найти  
 $\min\{f_0(x) \mid f_i(x) \leq 0, i = 1..m\}$
- $f_i(x): R^l \rightarrow R, i = 0..m,$
- $\Omega = R^l \times R_+^m$



# Нелинейная оптимизационная задача

- $f_0(x) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_4^2 - 5x_1 - 5x_2 - 21x_3 + 7x_4$
- $f_1(x) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_4^2 + x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 8$
- $f_2(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1 - x_2 - x_4 - 5$
- $f_3(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_4^2 - x_1 - x_4 - 10$

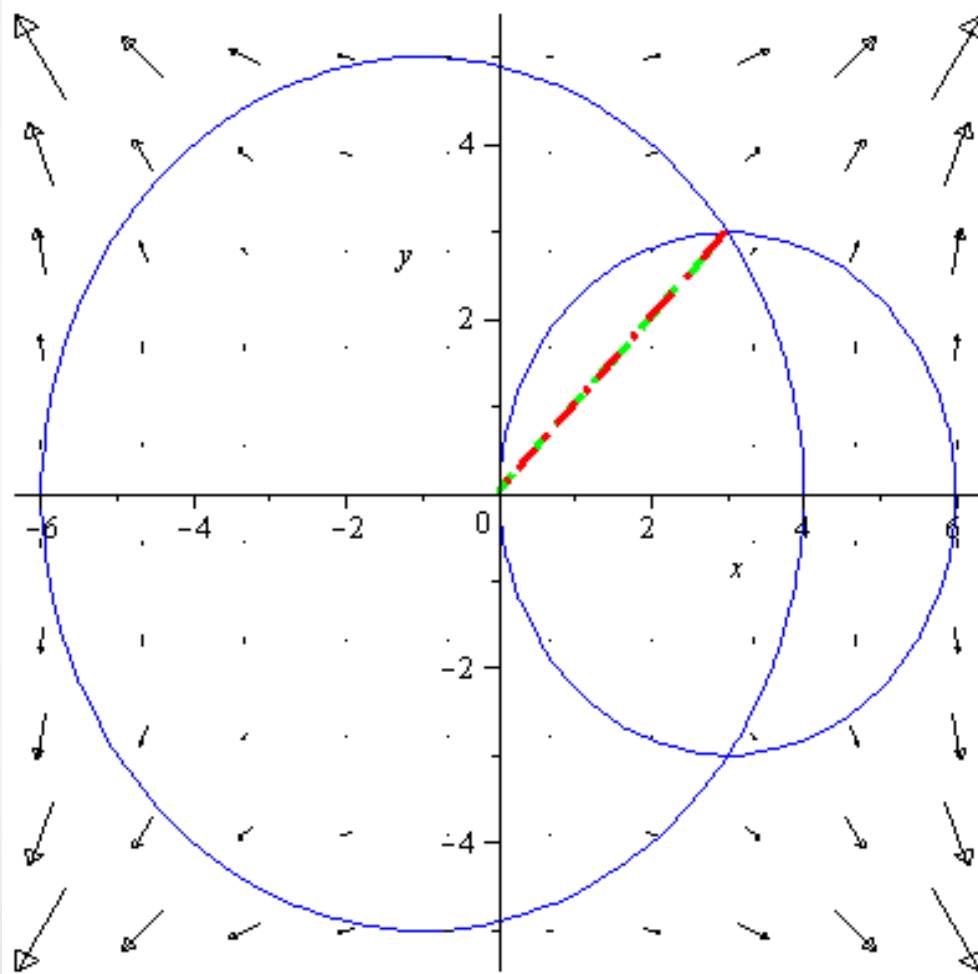
# Нелинейная оптимизационная задача

Градиентный	3550
Градиентный с памятью	2321
Одношаговый	4939
Одношаговый с памятью	3225
Двухшаговый	5977
Двухшаговый с памятью	3104

# Нелинейное вариационное неравенство

- $(H(x^*), x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in \Omega$
- $H: R^n \rightarrow R^n$
- $H = \begin{pmatrix} (1 + |u_2|^3)u_1 \\ (1 + |u_1|^3)u_2 \end{pmatrix}$
- $\Omega = \max\{h_1(u), h_2(u)\}$
- $h_1(u) = (u_1 - 3)^2 + u_2^2 - 9;$
- $h_2(u) = (u_1 + 1)^2 + u_2^2 - 25;$

# Нелинейное вариационное неравенство



Градиентный	2013
Градиентный с памятью	1396
Одношаговый	2745
Одношаговый с памятью	1911
Двухшаговый	3289
Двухшаговый с памятью	1843

# Полученные результаты

- Разработана технология построения итерационных методов с памятью.
- Построен критерий одного направления, для которого доказана сходимость итерационных методов с памятью.
- Итерационные методы с памятью реализованы в программном комплексе MMSolver.
- Проведены исследования в программном комплексе MMSolver для математических моделей, сводящихся к вариационным неравенствам.

# Список литературы

- 1. Запорожец Д.Н., Зыкина А. В, Меленьчук Н. В. Сравнительный анализ экстраградиентных методов решения вариационных неравенств для некоторых задач // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 4. – С. 32-46.
- 2. Запорожец Д.Н. Обработка исходных данных при реализации экстраградиентных методов решения линейных оптимизационных задач // Омский научный вестник. – 2010. – №3(93). – С. 18-20.
- 3. Konnov I. V. Combined relaxation methods for variational inequalities. Berlin etc.: Springer, 2001