

Замятин Александр

Новосибирский государственный университет

Неманипулируемый для пользователей
механизм распределения
процессорного времени между
неделимыми заданиями

Carr N. «The end of corporate computing» (2005)

Результаты исследований показали, что корпоративные центры обработки данных используют от 10% до 35% вычислительной мощности.

Рынок вычислительных ресурсов позволяет содержать мощности, рассчитанные на базовую нагрузку, а при пиковых нагрузках арендовать ресурсы со стороны.

Желательные свойства экономического механизма

- Эффективность
- Бюджетная сбалансированность
- Индивидуальная рациональность
- Неманипулируемость

Свойства экономических механизмов для сетей

- Двусторонний рынок
- Вычислительная приемлемость
- Комплектация
- Временные ограничения

J. Stößer, D. Neumann, C. Weinhardt

«Market-based pricing in grids: On strategic manipulation and computational cost» (2009)

Предложен SNW-механизм, который распределяет ресурсы между заданиями (этап 1) и определяет платежи пользователей (этап 2).

Задан горизонт планирования, промежуток времени T_0 , разделенный на единичные промежутки (е.п.) равной длины с номерами $1, \dots, T$.

N — множество номеров заявок провайдеров.

$\eta_n = (V_n, C_n, M_n, R_n, E_n)$ — вид заявки провайдера,

V_n — себестоимость использования единицы компьютерной мощности в течение одного е.п. (далее - единица мощности-времени);

C_n, M_n — максимально доступная мощность и память вычислительного узла соответственно;

R_n, E_n — такие е.п., что n доступен в R_n, \dots, E_n .

J — множество номеров заявок пользователей.

$\theta_j = (v_j, c_j, m_j, r_j, e_j)$ — вид заявки пользователя, где

v_j — максимальная цена, которую пользователь готов заплатить за единицу мощности-времени;

c_j, m_j — требующиеся заданию количества мощности и памяти за один временной промежуток соответственно;

r_j, e_j — такие е.п., что j выполняется в r_j, \dots, e_j .

$d_j = e_j - r_j + 1$ — время выполнения задания j , тогда бюджет задания $b_j = v_j c_j d_j$.

Вводится трехмерная матрица

$X = (x_{jnt} \mid j \in J, n \in N, t \in [r_j, e_j] \cap [R_j, E_j])$, где

$$x_{jnt} = \begin{cases} 1, & \text{если задача } j \text{ выполняется на узле } i \text{ в е.п. } t, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Определяется общее благосостояние:

$$W = \sum_j c_j \sum_n \sum_t x_{jnt} (v_j - V_n).$$

Задача распределения ресурсов представима в виде задачи ЦЛП, которая будет NP-полной.

$$W_{\max} = \max_X \sum_j c_j \sum_n \sum_t x_{jnt} (v_j - V_n), \quad (1)$$

$$\sum_n x_{jnt} \leq 1 \text{ для всех } j \text{ и } t \in [r_j, e_j], \quad (2)$$

$$\sum_j x_{jnt} c_j \leq C_n \text{ для всех } n \text{ и } t \in [R_n, E_n], \quad (3)$$

$$\sum_j x_{jnt} m_j \leq M_n \text{ для всех } n \text{ и } t \in [R_n, E_n], \quad (4)$$

$$\sum_{u=r_j}^{e_j} \sum_n x_{jnu} = d_j \sum_n x_{jnt} \text{ для всех } j \text{ и } t \in [r_j, e_j], \quad (5)$$

$$x_{jnt} \in \{0, 1\} \text{ для всех } j, n, t \in [r_j, e_j] \cap [R_n, E_n], V_n \leq v_j. \quad (6)$$

Жадный эвристический алгоритм распределения ресурсов

- Сортировка заданий $j \in J$ в порядке невозрастания v_j . Сортировка вычислительных узлов $n \in N$ в порядке неубывания V_n .
- Для каждого задания $j \in J$, начиная с первого, на каждом временном промежутке $t \in \{r_j, \dots, e_j\}$ подбираем вычислительный узел (также начиная с первого), удовлетворяющий техническим характеристикам задания.

Оценивание по критическому значению

Каждое задание должно заплатить за единицу мощности-времени минимальную цену, при которой механизм включил бы ее в распределение. Обозначим эту цену φ_j . Тогда задание j должно заплатить $p_j = \varphi_j c_j d_j$, если будет выполнено, и $p_j = 0$ иначе.

Оценка трудоемкости алгоритма поиска критических значений равна $O(|J|^2 |N|)$.

Алгоритм ценообразования GA+GVA

Пользователь задания j должен заплатить разность между суммарными излишками остальных участников при распределении без задания j и при распределении с заданием j :

$$p_j = W_{-j} - (W - v_j c_j d_j).$$

При этом задание j , для которого $W_{-j} > W$, окажется неплатежеспособным, будет превышен его бюджет.

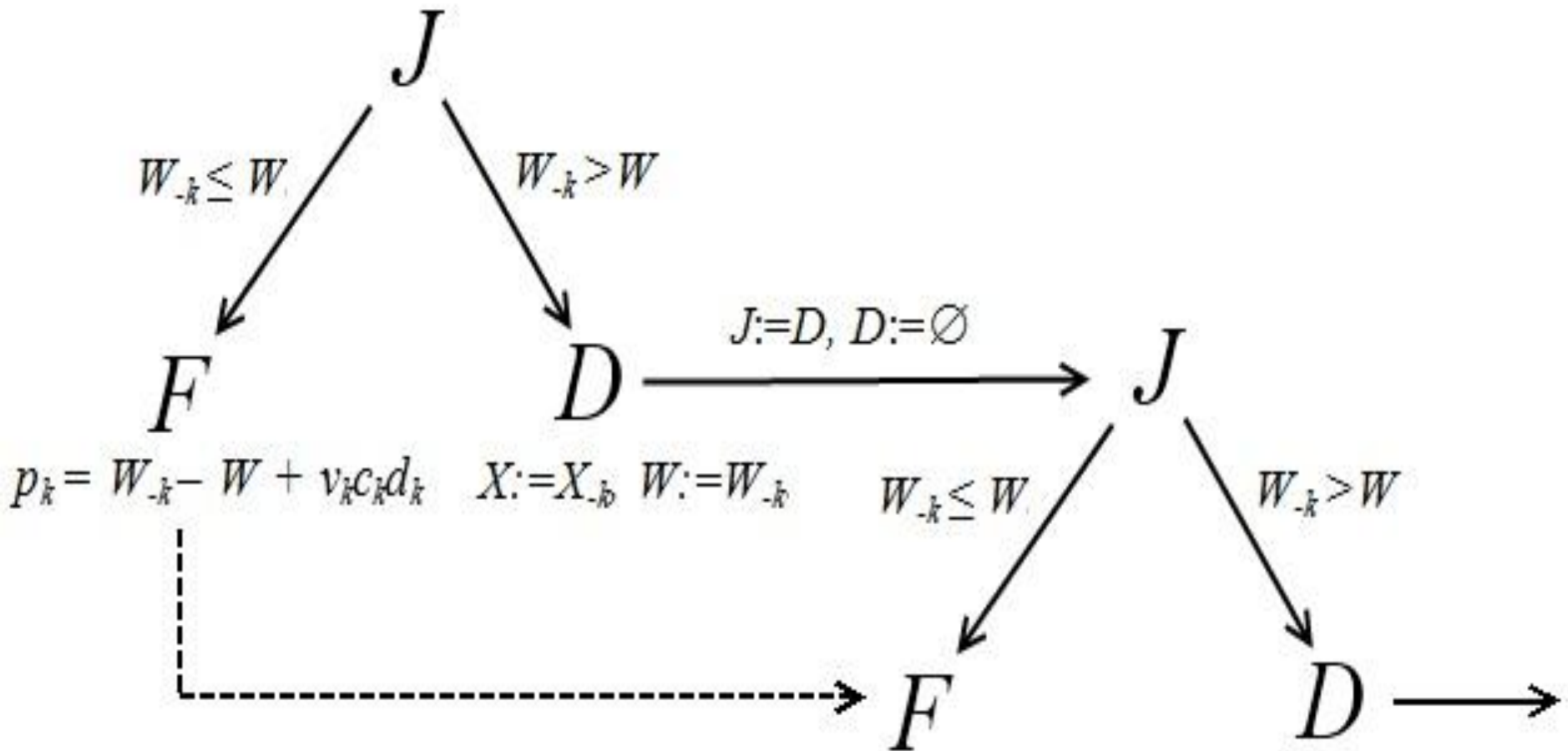
X_0 — начальное распределение, полученное жадным эвристическим алгоритмом с общим благосостоянием W_0 .

J, N — отсортированные списки (очереди) заданий и узлов

Введем $X := X_0$, $W := W_0$, где X — текущее распределение с общим благосостоянием W .

Введем очередь F , в которую будем помещать задания, платежи которых назначены, и очередь D для неплатежеспособных заданий. Изначально эти очереди пусты.

Для первого в очереди J задания (обозн. k) производим распределение по жадному эвристическому алгоритму для очереди $F+(\mathcal{J}\setminus\{k\})+D$. Получаем X_{-k} , W_{-k} .



Теорема 1. Алгоритм GA+GVA выполняется за конечное число шагов.

Теорема 2. Распределение заданий, порожденное механизмом GA+GVA, обеспечивает суммарный излишек, не меньший, а в некоторых случаях — больший, чем распределение, построенное SNW-механизмом.


Теорема 3. GA+GVA имеет трудоемкость $O(|J|^2|N|)$.

Теорема 4. Механизм GA+GVA является слабо бюджетно-сбалансированным.

θ_1  θ_2  θ_3  θ_4 

$F = \emptyset, J = \{1, 2, 3, 4\}, D = \emptyset$

η_1 

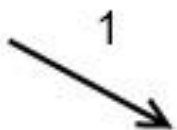
η_2 

$$W_0 = (5 - 1) * 6 + (4 - 2) * 5 = 34$$

$\eta_1 = (1, 10, 2, 1, 1) \quad \eta_2 = (2, 6, 1, 1, 1)$

$\theta_1 = (5, 6, 1, 1, 1)$

$\theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = (4, 5, 1, 1, 1)$

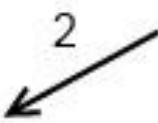


$F = \emptyset, J = \{2, 3, 4\}, D = \{1\}$

η_1 

η_2 

$$W_{-1} = (4 - 1) * 10 + (4 - 2) * 5 = 40$$

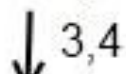


$F = \emptyset, J = \{3, 4\}, D = \{2, 1\}$

η_1 

η_2 

$$W_{-2} = (4 - 1) * 10 + (5 - 2) * 6 = 48$$



$$p_3 = p_4 = 48 - 48 + 20 = 20, F = \{3, 4\}, J = \emptyset, D = \{2, 1\}$$



$$p_2 = 0, F = \{3, 4, 2\}, J = \{1\}, D = \emptyset$$



$$p_1 = 40 - 48 + 30 = 22, F = \{3, 4, 2, 1\}, J = \emptyset, D = \emptyset$$

$W = 48 \quad W_0 = 34$

$p_1 = 22 \quad p_{1c} = 24$

$p_2 = 0 \quad p_{2c} = 20$

$p_3 = 20 \quad p_{3c} = 0$

$p_4 = 20 \quad p_{4c} = 0$

Направления дальнейшей работы

- Проведение численных экспериментов.
- Переход к механизму, работающему в режиме онлайн.

Спасибо за внимание!