

Математическое моделирование условий формирования заморов в мелководных водоемах на многопроцессорной вычислительной системе

А.И. Сухинов, А.В. Никитина, А.Е. Чистяков, И.С. Семенов

Таганрогский кампус Южного федерального университета

Предложена математическая модель взаимодействия планктона и популяции промысловой рыбы пеленгас, учитывающая движение водного потока, микротурбулентную диффузию, пространственно-неоднородное распределение солености и температуры в мелководных водоемах – Азовское море и Таганрогский залив. Устойчивость полученного численного решения задачи позволила проводить вычислительные эксперименты на многопроцессорной вычислительной системе в широком диапазоне значений управляющих параметров. Результаты показали, что с помощью ихтиологического моделирования можно исследовать условия формирования заморов в мелководных водоемах, а также оказывать положительное влияние на функционирование их экологической системы.

1. Введение

В ходе экспедиционных исследований сотрудниками кафедры высшей математики ТТИ ЮФУ в 2000 – 2012 годах было обнаружено, что на одной трети площади центрально-восточной части Азовского моря, которая воспроизводит около 70 процентов биомассы всего моря, регистрируются обширные зоны кислородного голодания (зоны аноксии), что приводит к гибели всего живого (заморным явлениям) [1]. Улучшение кислородного режима в мелководном водоеме возможно с помощью использования метода его биологической очистки путем зарыбления Азовского моря промысловой рыбой - детритофагом – пеленгас. Эта дальневосточная кефаль проявляет высокую пищевую пластичность и является очень перспективным и ценным видом рыб в условиях мелководных водоемов как биологический мелиоратор донных органических отложений, запасы которых в большинстве водоемов неограниченны и не используются никем.

Управление качеством вод мелководных водоемов, а также изучение условий формирования заморов, возникающих в результате антропогенной эвтрофикации, можно осуществлять с помощью методов математического моделирования.

2. Трехмерная математическая модель взаимодействия планктона и промысловой рыбы пеленгас

Рассмотрим нелинейную пространственно-неоднородную 3D модель взаимодействия планктона и популяции промысловой рыбы пеленгас: “рыба – фитопланктон – зоопланктон – питательные вещества – детрит”, которая описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных в области G , представляющей собой замкнутый бассейн, ограниченный невозмущенной поверхностью водоёма Σ_0 , дном $\Sigma_H = \Sigma_H(x, y)$ и цилиндрической поверхностью, для интервала $0 < t \leq T_0$. $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_H \cup \sigma$ – кусочно-гладкая граница области G [2], представленной на **Рис.1**:

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{U}X) = \mu_X \Delta X + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_X \frac{\partial X}{\partial z} \right) + \gamma_X \alpha_S XS - \delta_X XZ - \varepsilon_X X - \sigma_X XP,$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Z}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{U}Z) &= \mu_z \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_z \frac{\partial Z}{\partial z} \right) + \gamma_z \delta_x XZ - \varepsilon_z Z - \delta_z ZP, \\
\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{U}S) &= \mu_s \Delta S + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_s \frac{\partial S}{\partial z} \right) + \gamma_s \varepsilon_D D - \alpha_s XS + B(S_p - S) + f, \\
\frac{\partial D}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{U}D) &= \mu_D \Delta D + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_D \frac{\partial D}{\partial z} \right) + \varepsilon_X X + \varepsilon_Z Z - \varepsilon_D D - \beta_D DP, \\
\frac{\partial P}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{U}_P P) &= \mu_P \Delta P + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_P \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \gamma_P \beta_D DP - \varepsilon_P P + \xi_P \sigma_X XP - \delta_P P, \\
\vec{u}_P &= k_D \operatorname{grad} D + k_Z \operatorname{grad} Z + k_X \operatorname{grad} X.
\end{aligned} \tag{1}$$

В системе (1) приняты следующие обозначения: X, Z, S, D, P – концентрации фитопланктона (*Coscinodiscus*), зоопланктона (*Sopropoda*), биогенного вещества (азота), детрита, пеленгаса; α_s – коэффициент потребления биогенного вещества фитопланктоном; $\gamma_X, \gamma_Z, \gamma_P$ – передаточные коэффициенты трофических функций; γ_s – доля питательного вещества, находящегося в биомассе фитопланктона; $\varepsilon_Z, \varepsilon_P$ – коэффициенты элиминации (смертности) Z, P соответственно; ε_X – коэффициент, учитывающий смертность и метаболизм X ; δ_x – убыль фитопланктона за счет выедания зоопланктоном; δ_z – убыль зоопланктона за счет выедания рыбами (пеленгасом); δ_p – убыль пеленгаса за счет выедания рыбами и вылова; S_p – предельно возможная концентрация биогенного вещества; $f = f(t, x, y, z)$ – функция источника загрязнения; B – удельная скорость поступления загрязняющего вещества; ε_D – коэффициент разложения детрита; β_D – скорость потребления органических остатков пеленгасом; σ_X – коэффициент убыли фитопланктона в результате потребления его пеленгасом; ξ_P – передаточный коэффициент роста концентрации пеленгаса за счет фитопланктона; μ_i – диффузионные коэффициенты в горизонтальном направлении субстанций $i \in \{P, X, Z, S\}$ соответственно; v_i – диффузионные коэффициенты в вертикальном направлении для $i = D, X, Z, S, P$ соответственно; Δ – двумерный оператор Лапласа; \vec{u} – поле скоростей водного потока; $\vec{U} = \vec{u} + \vec{u}_{0i}$ – скорость конвективного переноса вещества; $\vec{U}_P = \vec{u} + \vec{u}_P$ – скорость конвективного переноса пеленгаса; \vec{u}_P – скорость движения рыбы относительно воды, k_D, k_Z, k_X – коэффициенты таксиса, \vec{u}_{0i} – скорость осаждения i -й субстанции; $i \in \{X, Z, S, D\}$.

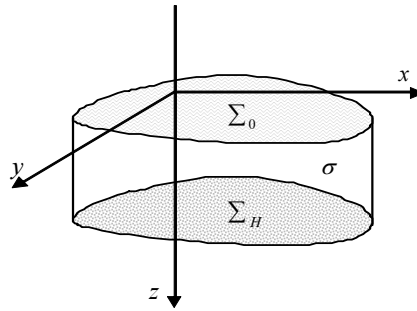


Рис. 1. Схема расчетной области \bar{G}

Пусть n – вектор внешней нормали к поверхности, U_n – нормальная по отношению к Σ составляющая вектора скорости водного потока.

Зададим начальные условия:

$$\begin{aligned}
X(x, y, z, 0) &= X_0(x, y, z), Z(x, y, z, 0) = Z_0(x, y, z), S(x, y, z, 0) = S_0(x, y, z), \\
D(x, y, z, 0) &= D_0(x, y, z), P(x, y, z, 0) = P_0(x, y, z), (x, y, z) \in \bar{G}, t = 0.
\end{aligned} \tag{2}$$

Граничные условия (условие Неймана на границах, образованных береговой линией области, и третьего рода для X, Z, S, D, P на открытых участках водоема) для системы (1) будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 X = Z = S = D = P = 0 \text{ на } \sigma, \text{ если } u_n < 0; \\
 \frac{\partial X}{\partial n} = \frac{\partial Z}{\partial n} = \frac{\partial S}{\partial n} = \frac{\partial D}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \text{ на } \sigma, \text{ если } u_n \geq 0; \\
 \frac{\partial X}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial D}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \text{ на } \Sigma_0; \\
 \frac{\partial X}{\partial z} = -\varepsilon_1 X, \frac{\partial S}{\partial z} = -\varepsilon_2 S, \frac{\partial Z}{\partial z} = -\varepsilon_3 Z, \frac{\partial D}{\partial z} = -\varepsilon_4 D, \frac{\partial P}{\partial z} = -\varepsilon_5 P \text{ на } \Sigma_H,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$ – неотрицательные постоянные; $\varepsilon_1, \varepsilon_3, \varepsilon_5$ – учитывают опускание водорослей, зоопланктона и пеленгаса на дно и их затопление; $\varepsilon_2, \varepsilon_4$ – учитывают поглощение биогенного вещества и детрита донными отложениями.

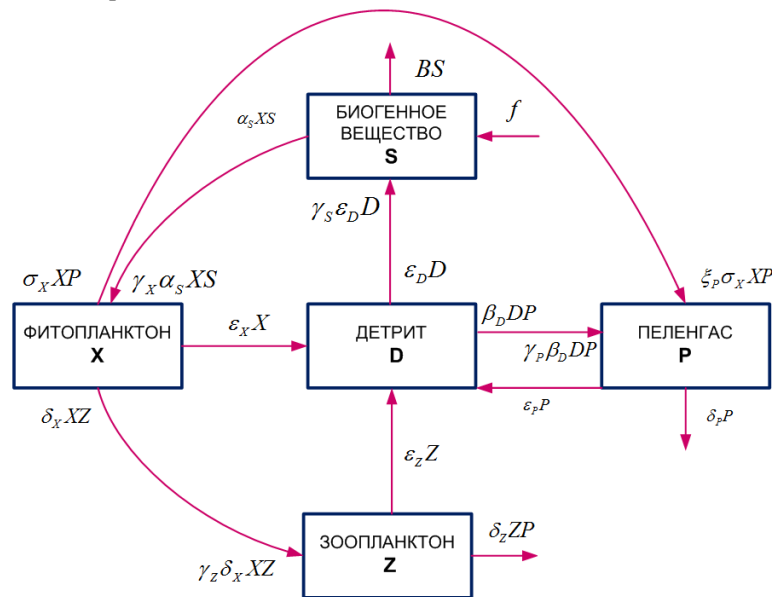


Рис. 2. Схема $X - Z - S - D - P$ модели

Схема модели “рыба – фитопланктон – зоопланктон – питательные вещества – детрит” представлена на Рис. 2.

3. Математическая модель гидродинамики

Входными данными сконструированной выше модели взаимодействия планктона и популяции промысловой рыбы пеленгас, является поле вектора скорости водного потока, что требует в свою очередь построения математической модели движения водной среды. Исходными уравнениями гидродинамики мелководных водоемов являются [3,4]:

– уравнения движения (Навье – Стокса):

$$\begin{aligned}
 u'_t + uu'_x + vv'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (v v'_z)'_z + 2\Omega(v \sin \theta - w \cos \theta), \\
 v'_t + uv'_x + vv'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (v v'_z)'_z - 2\Omega u \sin \theta, \\
 w'_t + uv'_x + vv'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_z + (\mu w'_x)'_x + (\mu w'_y)'_y + (v w'_z)'_z + 2\Omega u \cos \theta;
 \end{aligned} \tag{4}$$

– уравнение неразрывности в случае переменной плотности запишется следующим образом:

$$\rho'_t + (\rho u)'_x + (\rho v)'_y + (\rho w)'_z = 0. \quad (5)$$

где $\bar{u} = \{u, v, w\}$ – компоненты вектора скорости, p – превышение давления над гидростатическим давлением невозмущенной жидкости, ρ – плотность, Ω – угловая скорость вращения земли, θ – угол между вектором угловой скорости и вертикалью, μ, ν – горизонтальная и вертикальная составляющая коэффициента турбулентного обмена.

Система уравнений (4) – (5) рассматривается при следующих граничных условиях:

– на входе (устье рек Дон и Кубань) –

$$u(x, y, z, t) = u(t), \quad v(x, y, z, t) = v(t), \quad p'_n(x, y, z, t) = 0, \quad \bar{u}'_n(x, y, z, t) = 0,$$

– боковая граница (берег и дно) –

$$\rho_v \mu (u')_n(x, y, z, t) = -\tau_x(t), \quad \rho_v \mu (v')_n(x, y, z, t) = -\tau_y(t), \quad \bar{u}'_n(x, y, z, t) = 0, \quad p'_n(x, y, z, t) = 0,$$

– верхняя граница –

$$\rho \mu (u')_n(x, y, z, t) = -\tau_x(t), \quad \rho \mu (v')_n(x, y, z, t) = -\tau_y(t), \quad (6)$$

$$w(x, y, t) = -\omega - p'_t / \rho g, \quad p'_n(x, y, t) = 0,$$

– на выходе (Керченский пролив) –

$$p'_n(x, y, z, t) = 0, \quad \bar{u}'_n(x, y, z, t) = 0,$$

где ω – интенсивность испарения жидкости, τ_x, τ_y – составляющие тангенциального напряжения (закон Ван-Дорна), ρ_v – плотность взвеси.

Составляющие тангенциального напряжения для свободной поверхности:

$$\tau_x = \rho_a C_p (|\bar{w}|) w_x |\bar{w}|, \quad \tau_y = \rho_a C_p (|\bar{w}|) w_y |\bar{w}|,$$

где \bar{w} – вектор скорости ветра относительно воды, ρ_a – плотность атмосферы,

$$C_p(x) = \begin{cases} 0.0088, & x < 6,6 \text{ м/с} \\ 0.0026, & x \geq 6,6 \text{ м/с} \end{cases} \text{ — безразмерный коэффициент.}$$

Составляющие тангенциального напряжения для дна, с учетом введенных обозначений, могут быть записаны следующим образом:

$$\tau_x = \rho C_p (|\bar{u}|) u |\bar{u}|, \quad \tau_y = \rho C_p (|\bar{u}|) v |\bar{u}|.$$

На основе приведенной ниже аппроксимации рассчитывается коэффициент вертикально-го турбулентного обмена, неоднородный по глубине, на основании измеренных пульсаций скоростей [5]:

$$\nu = C_s^2 d^2 \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial z}\right)^2}, \quad (7)$$

где \bar{U}, \bar{V} – осредненные по времени пульсации горизонтальных компонент скорости, d – характерный масштаб сетки, C_s – безразмерная эмпирическая константа, значение которой обычно определяется на основе расчета процесса затухания однородной изотропной турбулентности.

Для решения поставленной задачи использован метод сеток [6]. Ячейки представляют собой параллелепипеды, они могут быть заполненными, частично заполненными или пустыми [14], на основе данной методики аппроксимируется сложная геометрия рельефа дна и береговой линии. Аппроксимация уравнений по временной переменной выполнена на основе схем расщепления по физическим процессам [7] при этом использованы схемы с весами [8,15].

Погрешность аппроксимации математической модели взаимодействия планктона и популяции промысловой рыбы пеленгас, учитывающей гидродинамические процессы, равна $O(\tau + \|h\|^2)$, где $\|h\| = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}$. Доказано сохранение потока на дискретном уровне для разработанной гидродинамической модели. Достаточное условие устойчивости и монотонности разработанной модели определяется на основе принципа максимума [6] при ограничениях на шаг по пространственным переменным:

$$h_x < |2\mu / u|, \quad h_y < |2\mu / v|, \quad h_z < |2\nu / w|$$

или $\text{Re} \leq 2N$, где $\text{Re} = |\bar{u}| \cdot l / \mu$ – числа Рейнольдса, l – характерный размер области.

4. Метод решения сеточных уравнений

Полученные сеточные уравнения можно записать в матричном виде:

$$Ax = f, \quad (8)$$

где A – линейный, положительно определенный оператор ($A > 0$). Для нахождения решения задачи (8) будем использовать неявный итерационный процесс [8]:

$$B \frac{x^{m+1} - x^m}{\tau_{m+1}} + Ax^m = f. \quad (9)$$

В уравнении (9) m – номер итерации, $\tau > 0$ – итерационный параметр, а B – некоторый обратимый оператор, который называется предобуславливателем или стабилизатором. Обращение оператора B в (9) должно быть существенно проще, чем непосредственное обращение исходного оператора A в (8). При построении B исходили из аддитивного представления оператора A_0 – симметричной части оператора A :

$$A_0 = R_1 + R_2, \quad R_1 = R_2^*, \quad (10)$$

где $A = A_0 + A_1$, $A_0 = A_0^*$, $A_1 = -A_1^*$.

Оператор предобуславливатель запишется в следующем виде:

$$B = (D + \omega R_1)D^{-1}(D + \omega R_2), \quad D = D^* > 0, \quad \omega > 0, \quad (11)$$

где D – некоторый оператор.

Соотношения (10) – (11) задают модифицированный попеременно-треугольный метод (МПТМ) решения задачи, если определены операторы R_1, R_2 , указаны способы определения параметров τ_{m+1} , ω и оператора D .

Алгоритм адаптивного модифицированного попеременно-треугольного метода минимальных поправок для расчета сеточных уравнений с несамосопряженным оператором имеет вид [9,10]:

$$r^m = Ax^m - f, \quad B(\omega_m)w^m = r^m, \quad \tilde{\omega}_m = \sqrt{\frac{(Dw^m, w^m)}{(D^{-1}R_2w^m, R_2w^m)}}, \quad (12)$$

$$s_m^2 = 1 - \frac{(A_0w^m, w^m)^2}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)(Bw^m, w^m)}, \quad k_m = \frac{(B^{-1}A_1w^m, A_1w^m)}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)}, \quad \theta_m = \frac{1 - \sqrt{\frac{s_m^2 k_m}{(1+k_m)}}}{1 + k_m(1-s_m^2)},$$

$$\tau_{m+1} = \theta_m \frac{(A_0w^m, w^m)}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)}, \quad x^{m+1} = x^m - \tau_{m+1}w^m, \quad \omega_{m+1} = \tilde{\omega}_m,$$

где r^m – вектор невязки, w^m – вектор поправки, в качестве оператора D используется диагональная часть оператора A .

Оценка скорости сходимости запишется в виде:

$$\rho \leq \frac{\nu^* - 1}{\nu^* + 1}, \quad \nu^* = \nu(\sqrt{1+k} + \sqrt{k})^2, \quad k = \frac{(B^{-1}A_1w^m, A_1w^m)}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)}.$$

где ν – число обусловленности матрицы C_0 , $C_0 = B^{-1/2}A_0B^{-1/2}$.

Условием останова работы предложенного алгоритма является: $\|r^m\|_C < \varepsilon$, где ε – заданная погрешность.

5. Параллельный вариант метода решения сеточных уравнений

Пиковая производительность МВС составляет 18.8 TFlops. МВС включает в себя 8 компьютерных стоек. Вычислительное поле многопроцессорной вычислительной системы (МВС) ТТИ ЮФУ построено на базе инфраструктуры HP BladeSystem c-class с интегрированными коммуникационными модулями, системами электропитания и охлаждения. В качестве вычислительных узлов используется 128 однотипных 16-ядерных Blade-серверов HP ProLiant BL685c, каждый из которых оснащен четырьмя 4-ядерными процессорами AMD Opteron 8356 2.3GHz и оперативной памятью в объеме 32ГБ. Общее количество вычислительных ядер в комплексе – 2048, суммарный объем оперативной памяти – 4 ТВ. Для управления МВС используется 3 управляющих сервера HP ProLiant DL385G5. Для задач резервного копирования используется библиотека MSL4048.

Параллельная реализация метода решения сеточных уравнений выполнена на основе метода декомпозиции области по двум координатным направлениям [11]. После разбиения исходной расчетной области на части каждый процессор получает свою расчетную область, как показано на **Рис.3**, при этом смежные области перекрываются двумя слоями узлов по направлению, перпендикулярному плоскости разбиения.

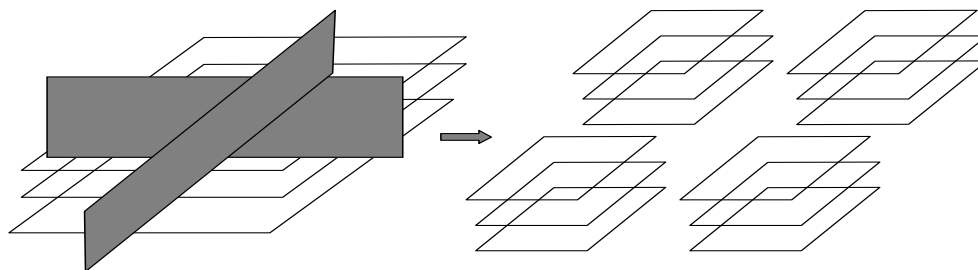


Рис. 3. Декомпозиция области

После того как каждый процессор получит информацию для своей части области, рассчитывается вектор невязки и его равномерная норма. Затем каждый процессор определяет максимальный по модулю элемент вектора невязки и передает его значение всем оставшимся вычислителям. Теперь для вычисления равномерной нормы вектора невязки достаточно на каждом процессоре найти максимальный элемент.

Рассмотрим параллельный алгоритм расчета вектора поправки:

$$(D + \omega_m R_1)D^{-1}(D + \omega_m R_2)w^m = r^m,$$

где R_1 – нижне-треугольная матрица, а R_2 – верхне-треугольная матрица. Для вычисления вектора поправки нужно последовательно решить два уравнения:

$$(D + \omega_m R_1)y^m = r^m, \quad (D + \omega_m R_2)w^m = Dy^m.$$

Вначале вычисляется вектор y^m , при этом расчет начинается в левом нижнем углу. Затем из правого верхнего угла начинается вычисление вектора поправки w^m . Схема расчета вектора y^m изображена на **Рис. 4** (показана передача элементов после расчета двух слоев первым процессором).

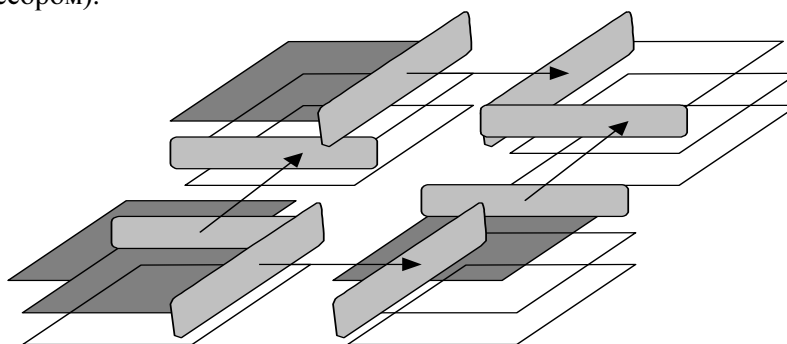


Рис. 4. Схема для расчета вектора y^m

На первом шаге вычислений первый процессор обрабатывает верхний слой, затем осуществляется передача перекрывающихся элементов смежным процессорам. На следующем шаге первый процессор обрабатывает второй слой, а его соседи – первый. Передача элементов после расчета двух слоев первым процессором показана на рис 4. В схеме для расчета вектора y^m только первый процессор не требует дополнительной информации и может независимо от других процессоров вести обработку своей части области, остальные процессоры ждут результатов от предыдущего процессора, пока он не передаст вычисленные значения сеточных функций, для узлов сетки, располагающихся в предшествующих позициях данной строки. Процесс продолжается до тех пор, пока не будут рассчитаны все слои. Аналогичным образом можно решить СЛАУ с верхне-треугольной матрицей для расчета вектора поправки. Далее вычисляются скалярные произведения (11), и выполняется переход на следующий итерационный слой.

Результаты расчета ускорения и эффективности в зависимости от количества процессоров для параллельного варианта адаптивного попеременно-треугольного метода приведены в таблице 1. Расчеты производились на сетке размерами 351x251x46 узлов.

Таблица 1. Зависимость ускорения и эффективности от количества процессоров

Количество процессоров	Время, с.	Ускорение	Эффективность
1	7,490639	1	1
2	4,151767	1,804	0,902
4	2,549591	2,938	0,734
8	1,450203	5,165	0,646
16	0,882420	8,489	0,531
32	0,458085	16,351	0,511
64	0,265781	28,192	0,44
128	0,171535	43,668	0,341

6. Описание программного комплекса

Разработанное экспериментальное программное обеспечение на базе многопроцессорной вычислительной системы предназначено для математического моделирования возможных сценариев развития экосистем мелководных водоемов на примере Азовского моря. Программный комплекс «Azov3d» предназначен для построения турбулентных потоков несжимаемого поля скоростей водной среды на сетках с высокой разрешающей способностью. Данная программа используется для расчета трехмерного вектора скорости течения водной среды в акватории Азовского моря, учитывает такие физические параметры как: сила Кориолиса, турбулентный обмен, сложная геометрия дна и береговой линии, испарение, стоки рек, сгонно-нагонные явления, ветровые течения и трение о дно, и обеспечивает выполнение следующих функций:

- расчет поля скорости без учета давления;
- расчет гидростатического давления (используется в качестве начального приближения для гидродинамического давления);
- расчет гидродинамического давления;
- расчет трехмерного поля скорости.

К выходным параметрам относятся: шаги по пространственным координатам, шаги по пространственным координатам, погрешность вычисления сеточных уравнений, размеры расчетной сетки, временной интервал, интенсивность испарения, начальные распределения компонент вектора скорости движения водной среды и давления.

Разработанный комплекс программ допускает внедрение новых расчетных функций, в частности, в данный комплекс были встроены программные блоки, предназначенные для

вычисления трехмерных распределений концентраций планктона и популяции промысловой рыбы пеленгас.

Поля скоростей водного потока, рассчитанные на основе математической модели (4) – (6), относятся к входным данным для модели гидробиологических процессов (1) – (3). Входные файлы содержат информацию о преобразованиях, произошедших с различными химико-биологическими параметрами в результате работы модели (1) – (3).

7. Результаты численных экспериментов

С помощью численной реализации гидростатической модели (4) – (6) проводились исследования причин возникновения заморов в мелководных водоемах, таких как Азовское море и Таганрогский залив. Было установлено, что при наличии замкнутого вихревого движения среды значительное количество органических веществ не покидает пределы этой структуры и, опускаясь на дно, образует органический осадок, что приводит к появлению участков анаэробного заражения. На **Рис. 5** видно наличие вихревой структуры течения в восточной части Азовского моря, в данном районе вода богата органическими примесями, источниками которых являются реки Дон и Кубань.

С помощью численной реализации гидробиологической пространственно-неоднородной модели вида (1) – (3) изучались возможности уменьшения площадей заморных зон в мелководном водоеме, а значит и биологической очистки вод, за счет зарыбления его биологическим донным мелиоратором промыслового значения - пеленгас. Предполагалось, что интегральное воздействие сезонно изменяющихся внешних факторов отражается на величине коэффициентов роста и продуцирования популяций планктона и рыб.

В соответствии с направленностью работы при разработке модельных сценариев учитывались особенности размножения, стадийного развития биологических организмов и различия в длительности их репродукционных циклов. Поэтому сдвиги по времени между изменениями биомасс фитопланктона, кормового зоопланктона и пеленгаса соответствуют реальным процессам, происходящим в мелководном водоеме. Учёт различий в удельной скорости увеличения биомассы организмов разных трофических уровней осложняется ещё и тем, что физиологические процессы чувствительны к изменениям внешних условий.

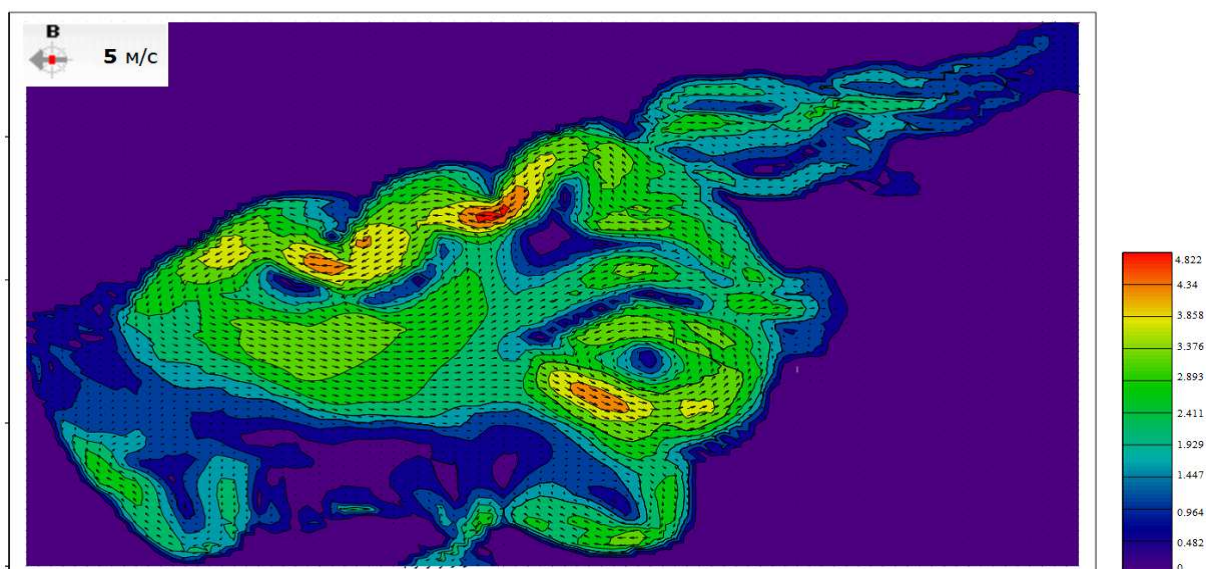


Рис.5. Поле вектора скорости движения водной среды при восточном ветре 5 м/с (баротропные течения)

Численные эксперименты на основе выше описанной математической модели гидродинамических процессов производились на сетке размерами 351x251x46 узлов для Азовского моря с шагом между узлами: по горизонтали – 1 км; по вертикали – 50 см; по времени – 1000

сек. На основе экспедиционных данных и литературных источников проведена калибровка и верификация описанных в работе моделей, подобраны оптимальные значения параметров, в них входящих. Из проведенных исследований на устойчивость используемых разностных схем можно сделать вывод о том, что на основе разработанного программного комплекса можно проводить вычислительные эксперименты прогностической направленности в широком диапазоне задаваемых параметров.

При ихтиологическом моделировании и разработке всевозможных сценариев биологической очистки вод мелководных водоемов учитывались экологические особенности пеленгаса - типично эврибионтного вида, способного жить в очень разнообразных по экологическим условиям водоемах. Эта рыба достаточно эвригалинная и живет в водоемах с разными показателями солености. Кроме того, она эвритермная (т. е., приспособлена к обитанию в водоемах с разным температурным режимом), мирная и стайная, быстро растет и нагуливается на относительно малых глубинах, преимущественно на дне прибрежных зон водоемов, насыщенных различными органическими остатками и соединениями. Однако для размножения (на нерест) пеленгас мигрирует в более глубокие места с повышенной соленостью воды.

Лимитирующим фактором, который определяет численность популяции промысловой рыбы пеленгас, может являться ограниченность мест, пригодных для зимовки рыбы.

Было выполнено численное моделирование для трехмерной задачи взаимодействия планктона и популяции промысловой рыбы пеленгас: “рыба – фитопланктон – зоопланктон – питательные вещества – детрит” в областях сложной формы (мелководные водоемы: Азовское море и Таганрогский залив) при различных начальных условиях и направлениях ветра.

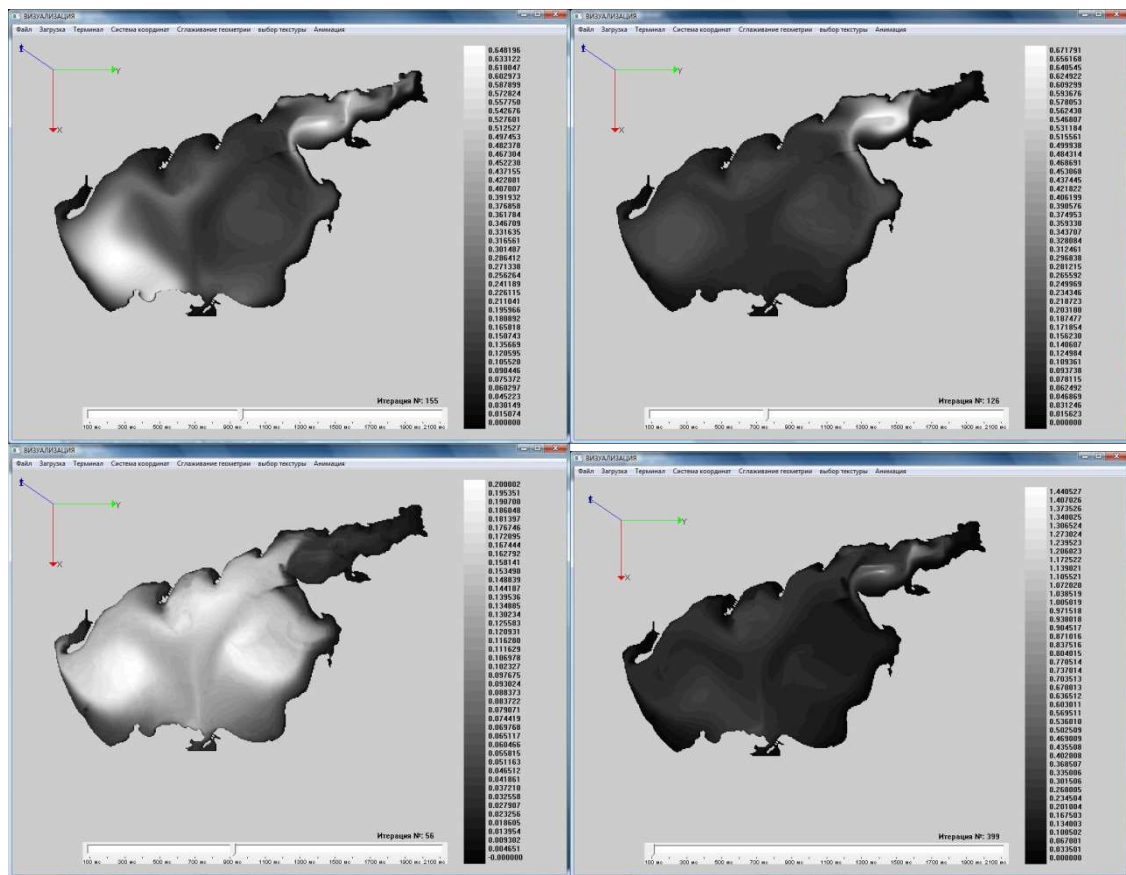


Рис.6. Распределение концентраций детрита, временной интервал $T=56, 126, 155, 400$ дней

В работе были построены диаграммы распределения концентраций субстанций X, Z, D, P, S , которые характеризуются определенной периодичностью в пространстве и во времени. Для реальной экосистемы (Азовское море и Таганрогский залив) возникающие устойчивые диссипативные структуры соответствуют устойчивой "пятнистости" распреде-

ления популяций планктона по акватории водоема, что является одной из качественных, не нашедшей четкого объяснения в современной гидробиологии, особенностей.

На Рис. 6 и 7 представлены результаты моделирования возможных сценариев развития экосистемы Азовского моря (изменения концентрации рыбной популяции пеленгас) для северного направления ветра. Белым цветом выделено максимальное значение концентраций пеленгаса и детрита. С помощью представленных результатов численного эксперимента можно исследовать возможный сценарий зарыбления акватории Азовского моря пеленгасом, участвующем в донной мелиорации мест скопления детрита. При значении временного интервала, начиная со 126 дней, согласно представленным результатам, наблюдается уменьшение концентрации детрита, а значит и концентрации донных отложений в центрально-восточной части Азовского моря, что, в конечном счете, приведет к уменьшению площадей заморных зон и улучшению качества вод в данном водоеме.

С помощью разработанного программного комплекса можно исследовать вопросы акклиматизации пеленгаса, в новом для него по экологическому режиму, мелководном водоеме, оценить специфику условий водного тела, что позволит избежать непредвиденных отрицательных технологических влияний и планировать увеличение производства этой рыбы.

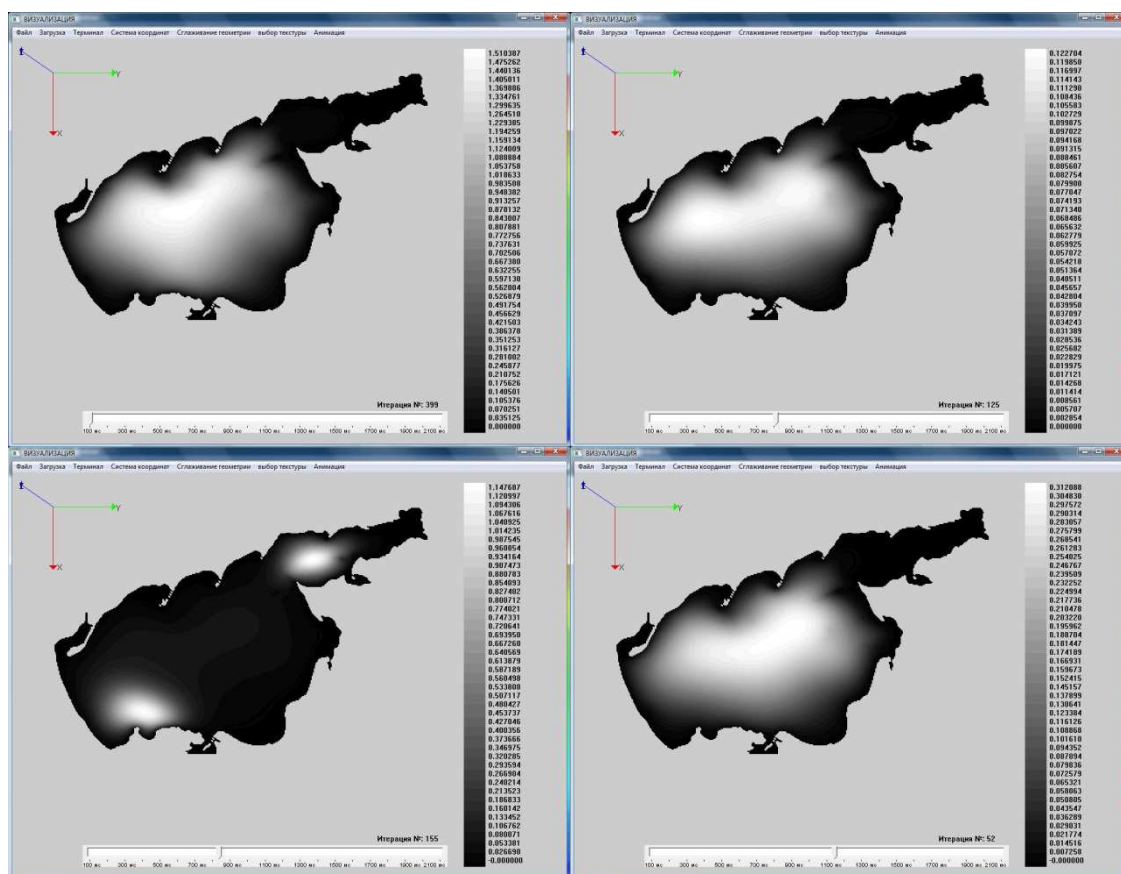


Рис.7. Распределение концентраций пеленгаса, временной интервал $T=56, 126, 155, 400$ дней

Анализ полученных результатов позволил сделать конкретные выводы о свойствах математической модели детрит - пеленгас и возможностях управления качеством вод мелководных водоемов, таких как Азовское море, с помощью методов математического моделирования.

Рассмотренная картина, демонстрирующая происходящие в мелководном водоеме процессы, является идеальной, так как описывает лишь регулярное периодическое изменение среды обитания и не отражает ее случайных флуктуаций, которые, однако, не изменяют поведение системы принципиально, а лишь "зашумляют" динамику. Это затрудняет выявление периодичностей.

Наблюдаемая в природе закономерность динамики численности рыбных популяций есть результат сложного наложения периодических вариаций условий внешней среды на внутреннюю периодичности, порождаемые биотическим взаимодействием.

Умеренная внешняя модуляция несколько изменяет внутренний цикл системы, делая его период кратным внешнему.

Заключение

С помощью экспедиционных исследований проведена первичная верификация модели экосистемы Азовского моря [12]. Реализована задача моделирования и прогноза состояния водной экосистемы Азовского моря в условиях антропогенного воздействия и всестороннего изучения уникального водного объекта, который в силу мелководности в большей степени подвержен антропогенному влиянию [13]. Создан исследовательско-прогнозный комплекс, объединяющий математические модели и базы данных, с помощью которого изучены условия, при которых возникают заморы в мелководных водоемах. Разработаны всевозможные сценарии зарыбления мелководных водоемов детритофагом пеленгас с целью возможного уменьшения площадей заморных зон, возникающих в мелководных водоемах.

Отличительными особенностями разрабатываемых алгоритмов, реализующих поставленные гидробиологические модельные задачи, являются: высокая производительность, достоверность и точность получаемых результатов. Высокая производительность достигается за счет использования эффективных численных методов решения сеточных уравнений, ориентированных для применения на параллельных вычислительных системах в реальном и ускоренном масштабах времени. Достоверность достигается за счет учета определяющих физических факторов, таких как: сила Кориолиса, турбулентный обмен, сложная геометрия дна и береговой линии, испарение, стоки рек, динамическое перестроение расчетной области, ветровые напряжения и трение о дно, а также за счет учета отклонения значения поля давления от гидростатического приближения. Точность достигается применением подробных расчетных сеток, учитывающих степень «заполненности» расчетных ячеек [14], а также отсутствием неконсервативных диссипативных слагаемых и нефизичных источников (стоков), возникающих в результате конечно-разностных аппроксимаций. Также в работе показана эффективность алгоритма адаптивного попеременно - треугольного итерационного метода и его параллельной реализации, выполненной на основе декомпозиции области по двум пространственным направлениям, применительно к решению задач гидродинамики мелководных водоемов при достаточно большом количестве вычислителей.

Литература

1. Якушев Е.В., Сухинов А.И. и др. Комплексные океанологические исследования Азовского моря в 28-м рейсе научно-исследовательского судна «Акванавт» // *Океанология*. 2003. Т. 43, №1. С.44–53.
2. Сухинов А.И., Никитина А.В., Чистяков А.Е. Моделирование сценария биологической реабилитации Азовского моря // *Математическое моделирование*. 2012. Т.24, №9. С. 3–21.
3. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Алексеенко Е.В. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе// *Математическое моделирование*. 2011. Т. 23, № 3. С.3-21.
4. Сухинов А.И., Чистяков А.Е. Параллельная реализация трехмерной модели гидродинамики мелководных водоемов на супервычислительной системе// *Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии*. 2012. Т.13. С. 290–297.
5. Белоцерковский О. М. Турбулентность: новые подходы - М.: Наука. 2003. 286 с.
6. Самарский А.А. Теория разностных схем. М. Наука. 1989. 616 с.

7. Белоцерковский О. М., Гущин В. А., Щенников В. В. Метод расщепления в применении к решению задач динамики вязкой несжимаемой жидкости// Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1975. С. 197–207.
8. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М. Наука, 1978. 592 с.
9. Коновалов А.Н. К теории попеременно - треугольного итерационного метода// Сибирский математический журнал. 2002. 43:3. С. 552–572.
10. Сухинов А.И., Чистяков А.Е. Адаптивный модифицированный попеременно-треугольный итерационный метод для решения сеточных уравнений с несамосопряженным оператором// Математическое моделирование. 2012. Т.24, №1. С. 3–20.
11. Чистяков А.Е. Теоретические оценки ускорения и эффективности параллельной реализации ПТМ скорейшего спуска// Известия ЮФУ. Технические науки. 2010. №6(107). С. 237–249.
12. Никитина А.В. «Численное решение задачи динамики токсичных водорослей в Таганрогском заливе». // Известия ЮФУ. Технические науки. 2010. №6(107). С. 113 - 116.
13. Никитина А.В. Модели биологической кинетики, стабилизирующие экологическую систему таганрогского залива // Известия ЮФУ. Технические науки. 2009. № 8 (97). С. 130–134.
14. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Тимофеева Е.Ф., Шишня А.В. Математическая модель расчета прибрежных волновых процессов// Математическое моделирование. 2012. Т.24, №8. С. 32–44.
15. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Бондаренко Ю.С. Оценка погрешности решения уравнения диффузии на основе схем с весами// Известия ЮФУ. Технические науки.– 2011. №8 (121). – С 6-13.