

# Математическое моделирование радиационной эмиссии электронов на гибридных суперкомпьютерах

М.Е. Жуковский, Р.В. Усков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Рассматриваются вопросы построения алгоритмов и параллельных программ для статистического моделирования процессов переноса гамма-излучения и электронов на суперкомпьютерах с гетерогенной (гибридной) архитектурой. Обсуждаются принципы распараллеливания вычислений с использованием графических процессоров в качестве арифметических сопроцессоров. Предложена эффективная весовая модификация метода Монте-Карло, ориентированная на проведение вычислений с применением технологии NVIDIA© CUDA. Приводятся результаты моделирования эмиссии электронов с внешних и внутренних поверхностей трубы, облучаемой потоком 100-кэВных фотонов на суперкомпьютере K-100.

## 1. Введение

При прохождении проникающего излучения через объект частицы (фотоны) с энергией от нескольких кэВ до нескольких МэВ (рентгеновские аппараты и естественные радиоизотопы, а также некоторые виды космического излучения) в результате взаимодействия с веществом объекта (комптоновское рассеяние, фотопоглощение, рождение электрон-позитронных пар) порождают потоки быстрых электронов, которые способны покинуть границы объекта. В результате снаружи и во внутренних полостях объекта происходит процесс радиационной электронной эмиссии. Электрический ток эмитируемых электронов является источником внутреннего и внешнего радиационного электромагнитного поля, которое может заметно влиять, например, на работу электронной аппаратуры, находящейся внутри объекта, что может привести к сбоям этой аппаратуры. Кроме того, электроны эмиссии могут образовывать ионизированный слой вокруг объекта, обладающий высокой проводимостью, что меняет свойства внешней оболочки объекта.

Учет процессов электронной эмиссии важен при интерпретации различного рода экспериментов с ионизирующим излучением, например, в задачах радиационного неразрушающего контроля материалов и конструкций. В особенности это важно при анализе процессов измерения и регистрации проникающего излучения, прошедшего сквозь опытный объект. Моделирование перспективных рентгеновских источников тормозного излучения, а также приборов детектирования такого излучения невозможно без корректного учета процессов радиационной электронной эмиссии с внешних и внутренних граничных поверхностей этих приборов и аппаратов.

Исследование указанных процессов требует решения сложных граничных задач переноса излучения в трехмерных постановках. Эффективным способом решения таких задач является метод Монте-Карло. Однако применение этого метода для моделирования переноса излучения в объектах со сложной геометрической структурой требует значительных вычислительных ресурсов и предполагает использование многопроцессорных, в том числе гибридных, суперкомпьютеров.

В настоящей работе рассмотрены алгоритмы моделирования радиационной электронной эмиссии на гетерогенной вычислительной технике с применением технологии NVIDIA© CUDA.

## 2. Принципы моделирования радиационной электронной эмиссии

Алгоритмы моделирования процессов эмиссии электронов с граничных поверхностей объектов, облучаемых проникающим излучением, строятся в настоящей работе главным образом на основе работы [1]. Однако есть и ряд существенных отличий. В частности,

моделирование переноса электронов проводится с использованием модели индивидуальных соударений [2], которая, обладая простой внутренней логикой, гораздо эффективнее при реализации на гибридной вычислительной технике, чем широко используемые модели, основанные на идее вложенных траекторий [1, 3, 4]. Кроме того, модификации метода Монте-Карло строятся с учетом особенностей использования графических ускорителей в качестве арифметических сопроцессоров [5, 6].

Моделирование радиационной эмиссии электронов включает в себя следующие составные части:

- математическую модель переноса фотонов в многокомпонентных объектах со сложной внутренней структурой, с учетом различных процессов упругого и неупругого взаимодействия рентгеновского и гамма излучений с веществом;
- модель переноса электронов в веществе;
- алгоритм моделирования генерации потоков быстрых электронов, появляющихся в результате взаимодействия ионизирующего излучения с веществом объекта, с учетом основной характерной особенности этого процесса – существенным (до 2 порядков) различием длин пробегов фотонов и электронов;
- модель регистрации эмитируемых электронов детектирующей системой.

Авторами настоящей статьи построены подходы к применению технологии NVIDIA® CUDA для решения задач переноса гамма излучения в многокомпонентных объектах [5]. Разработаны модификации метода Монте-Карло, ориентированные на использование в расчетах графических процессоров. Реализован подход к организации данных для эффективного использования памяти видеоадаптера. В работе [6] описаны алгоритмы статистического моделирования переноса электронов для проведения вычислительных экспериментов на гибридных суперкомпьютерах с использованием технологии NVIDIA® CUDA.

Ниже рассмотрены основные особенности моделирования эмиссии электронов с границ облучаемых объектов на гетерогенных суперкомпьютерах.

Схема моделирования процесса эмиссии электронов изображена на **Рис.1**.



**Рис. 1.** Моделирование радиационной эмиссии электронов.

Алгоритмы компьютерного моделирования радиационной электронной эмиссии разработаны на основе эффективных весовых модификаций метода Монте-Карло. Основная особенность исследуемого процесса заключается в следующем. Длина пробега фотона до его поглощения или вылета за границы объекта значительно (до двух порядков) превышает длину пути электрона до его термализации. В этой ситуации прямое статистическое моделирование эмиссии неэффективно, поскольку лишь незначительная часть появившихся внутри объекта электронов способна достичь его границ. Используемые в рамках проекта алгоритмы построены на основе принципа максимальной информационной ценности фотонных

траекторий. Фактически это означает следующее. Если на данном звене своей траектории фотон с некоторой вероятностью может дать вклад в искомую величину – плотность потока эмитируемых электронов, то вместо того, чтобы разыгрывать случайное событие – реализация вклада фотона – полагаем, что фотон дал этот вклад. При этом указанная вероятность учитывается в виде весового множителя.

Область рождения электрона, способного покинуть объект, строится до вычисления точки появления этого электрона. Причем на каждом звене фотонной траектории рассматривается процесс рождения двух электронов – и комптоновского, и фотоэлектрона. Каждому из них приписывается статистический вес, равный вероятности соответствующего процесса. Таким образом, маловероятный процесс рождения электрона, способного покинуть граничные поверхности объекта, моделируется с помощью весового алгоритма, значительно снижающего дисперсию результатов.

Рассмотренные алгоритмы обладают высокой степенью однородности и, в силу независимости траекторий частиц, легко распараллеливаются, в том числе с использованием графических ускорителей.

### 3. Реализация алгоритма на гибридных вычислительных комплексах

Для эффективной реализации вычислительного алгоритма на гибридных вычислительных комплексах необходимо учитывать ряд особенностей:

1. Графические процессоры, в отличие от процессоров общего назначения, хорошо пригодны для вычислений, требующих большого числа арифметических операций при минимуме условных переходов. Обилие условных переходов может, наоборот, значительно снизить производительность графического процессора.

2. Объем доступной графическому процессору памяти не велик. Для современных моделей он исчисляется гигабайтами. В версии 4.0 технология CUDA позволяет GPU использовать оперативную память, однако при этом значительно снижается производительность.

3. Для эффективной загрузки вычислительных средств необходима балансировка загрузки CPU и GPU, что не всегда является тривиальной задачей из-за слишком разных их вычислительных способностей.

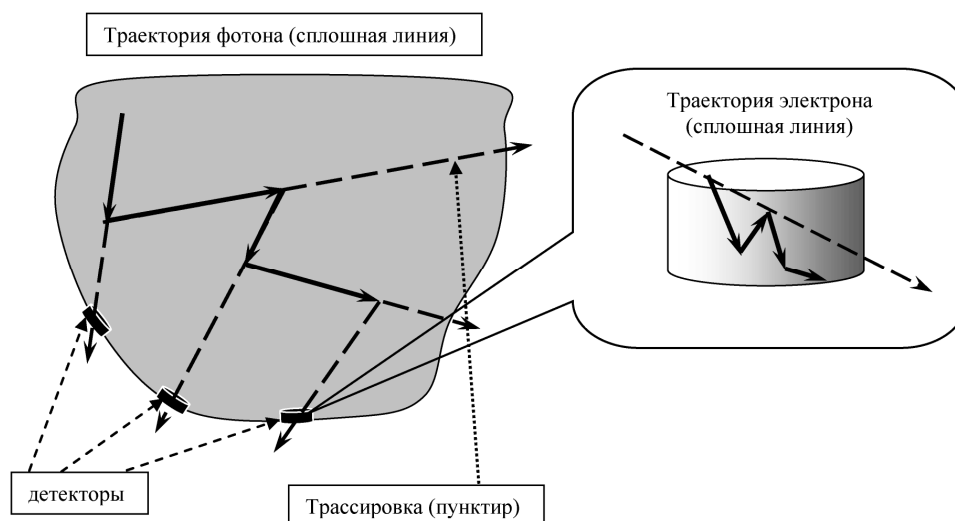


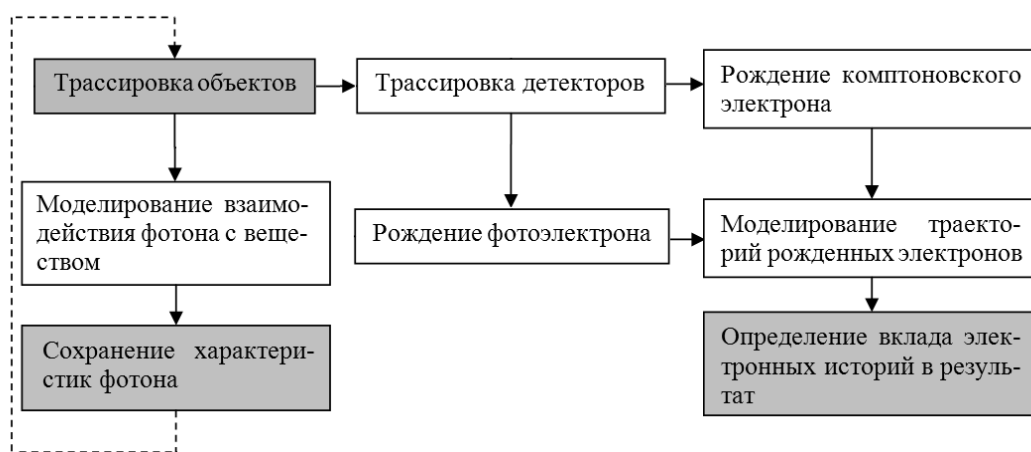
Рис. 2. Алгоритмическая схема моделирования электронной эмиссии

#### 3.1 Вычислительная схема моделирования

На Рис. 2 изображена общая алгоритмическая схема моделирования процесса эмиссии электронов с граничных поверхностей объектов, облучаемых фотонным излучением. Последовательность этапов моделирования следующая:

- выполняется трассировка объекта (определение точек пересечения луча вдоль очередного направления движения фотона с гомогенными оболочками объекта) из очередной точки поворота фотонной траектории;
- определение детекторов, пересекаемых указанным выше лучом (трассировка детекторов);
- моделирование процессов рождения комптоновского и фотоэлектрона в пересекаемых детекторах;
- моделирование траектории электрона до его термализации или вылета из объекта;
- регистрация электрона, если он пересек внешнее основание детектора;
- продолжение траектории фотона.

Последовательность этапов моделирования очередного звена фотонной траектории показана на **Рис. 3**. Первым шагом вычислительной схемы является трассировка объектов – определение интервалов пересечения луча вдоль текущего направления движения фотона с однородными составляющими объекта. С использованием рассчитанных данных об интервалах пересечения выполняется розыгрыш точки взаимодействия, определение типа взаимодействия и изменение характеристик фотона. Вновь рассчитанные характеристики фотона (энергия, статистический вес и направление движения) сохраняются для моделирования следующего звена фотонной траектории.



**Рис. 3.** Схема моделирования звена фотонной траектории

Следующим этапом является трассировка детекторов. Для каждого из пересекаемых фотонным лучом детекторов выполняются следующие шаги:

1. моделирование рождения фотоэлектрона в данном детекторе;
2. моделирование рождения комптоновского электрона в данном детекторе;
3. моделирование траектории каждого из указанных электронов;
4. регистрация электронов, покидающих объект.

Алгоритмы моделирования переноса излучения в веществе, основанные на модификациях метода Монте-Карло, имеют большое число независимых вычислительных ветвей. Такие алгоритмы хорошо поддаются распараллеливанию на любых архитектурах, в том числе имеющих мало возможностей для синхронизации доступа к данным (гибридные архитектуры, узлы которых включают «обычные» процессоры и графические ускорители). В то же время такие алгоритмы требуют огромного объема арифметических вычислений. Эти обстоятельства определяют высокую пригодность такого рода алгоритмов для реализации на гибридных вычислительных комплексах. Как показано в [5, 6] реализация алгоритмов моделирования переноса фотонов и электронов на графических процессорах имеет высокую эффективность. Это обусловлено относительно равномерной плотностью вычислений на всех этапах указанных алгоритмов (геометрическая часть, физическая часть, статистическая часть), а также небольшим объемом исходных данных и малой размерностью результатов.

Моделирование радиационной электронной эмиссии существенно отличается от задач, рассмотренных в упомянутых работах, что затрудняет прямое использование обсуждаемых в [5, 6] подходов к распараллеливанию вычислений.

Решением задачи в актуальных постановках является информация о характеристиках потоков электронов в очень большом числе точек на граничных поверхностях объектов. Это приводит к высокой размерности массивов результатов (миллионы ячеек), что вместе с необходимостью описания объектов большим числом треугольников (десятки и сотни тысяч) определяет высокий уровень требований к памяти гибридных узлов вычислительной системы. Чрезвычайно большой объем информации, требуемый для описания объекта и детекторов, делает невозможным полный перенос вычислений на графический процессор из-за ограниченности памяти GPU.

Алгоритм трассировки объекта основан на переводе вершин треугольников в локальные системы координат, связанные с направлением движения фотона. Это преобразование необходимо производить до вычисления координат точек пересечения фотонного луча и треугольника. В противном случае, операцию перевода вершины в локальную систему координат пришлось бы производить несколько раз – для каждого из треугольников, содержащего данную вершину. Такое увеличение количества операций резко снизило бы эффективность всего алгоритма.

Использование графического процессора ориентировано на модель массового параллелизма. Для обеспечения массовости (а, значит, и эффективности использования GPU), необходимо одновременное выполнение десятков тысяч вычислительных потоков. В рассматриваемом случае это означало бы трассировку объектов для всех фотонов одновременно. С учетом вышесказанного, это означает, что для каждой моделируемой частицы необходимо иметь в памяти собственную копию данных о вершинах треугольников.

В практических задачах для корректного описания объекта, имеющего сложную гетерогенную структуру, требуется около порядка  $10^5$ - $10^6$  вершин треугольников, то есть, при использовании одинарной точности, на хранение информации о вершинах требуется порядка 12 Мб памяти. Получается, что, с учетом объемов памяти современных графических процессоров, максимальное число одновременно моделируемых (отдельными вычислительными потоками) фотонов не может превышать нескольких сотен. В то же время, для обеспечения массового параллелизма на последующих этапах вычислительной схемы необходимо одновременно строить десятки тысяч звеньев фотонных траекторий, что оказывается невозможным в задачах со сложной геометрией.

Помимо этого, одновременно необходимо моделировать электронные траектории и хранить статистическую выборку высокой размерности (до десятков миллионов ячеек), что ещё больше ограничивает объем доступной памяти и, соответственно, снижает степень параллелизма в расчетном алгоритме.

Учитывая вышесказанное, можно сделать вывод том, что использование GPU в качестве вычислителя на всех этапах моделирования оказывается неэффективным.

Следовательно, возникает необходимость реализации одних частей общего алгоритма на центральном процессоре, а других – на графическом. А именно, части алгоритма с высокой плотностью вычислений выполняются на GPU, а с относительно низкой – на CPU. Такое разделение является нетривиальной задачей и требует тщательного анализа плотности вычислений на всех этапах алгоритма решения задачи.

Проведенные исследования вычислительной загрузки и плотности вычислений на каждом из этапов рассматриваемого метода моделирования радиационной эмиссии электронов, позволил оценить относительную плотность вычислений различных частей общего алгоритма. Анализ разработанного метода показал, что одновременное моделирование траекторий фотонов и порожденных ими электронов приводит к сильно неравномерной плотности вычислений на разных этапах расчетного алгоритма. Части алгоритма с низкой плотностью вычислений – моделирование взаимодействия фотона с веществом, рождение электронов, статистическая часть - чередуются с частями, имеющими высокую вычислительную плотность – трассировка объектов, трассировка детекторов и моделирование траекторий рожденных электронов.

Сделанные выводы позволили разделить вычислительную загрузку между центральными и графическими процессорами, что позволило значительно повысить эффективность общего алгоритма.

Рассмотрим подробнее различные этапы предложенной вычислительной схемы.

### 3.2 Трассировка объекта и детекторов

Трассировка многокомпонентного объекта, то есть вычисление точек пересечения луча вдоль очередного направления движения фотона с гомогенными компонентами и определение оптических толщин этих компонент вдоль указанного направления, является одной из центральных задач моделирования переноса излучения.

Эта задача решается в два этапа:

- определение координат точек пересечения фотонного луча с оболочками, ограничивающими гомогенные компоненты объекта;
- формирование оптических толщин пересекаемых компонент вдоль этого луча.

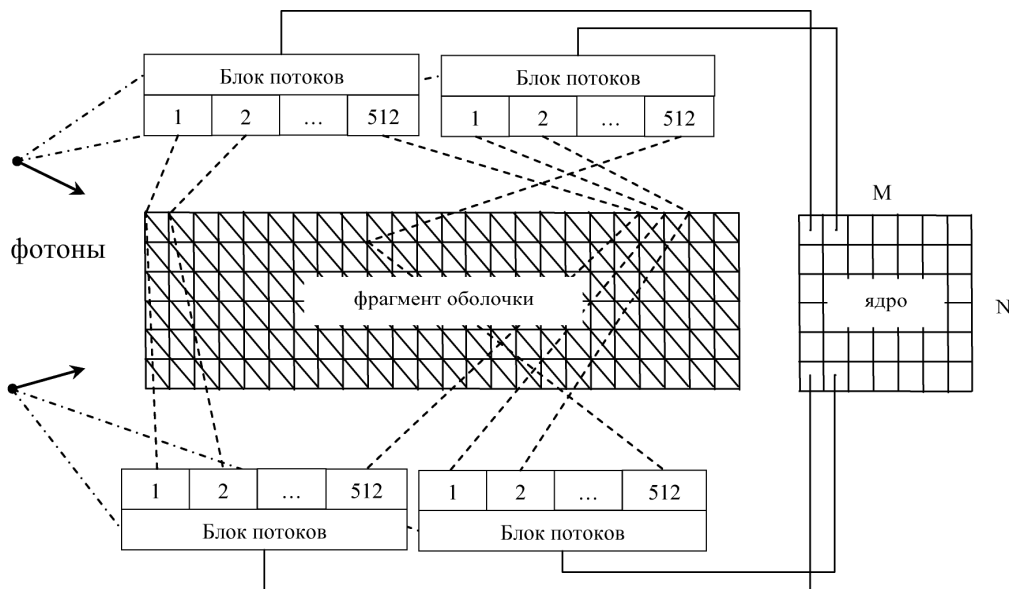
Для описания кусочно-однородных структур, соответствующих сложным многокомпонентным объектам, используется триангуляционная модель [7]. При этом в практически важных случаях оболочки однородных компонент задаются сотнями тысяч треугольников. Поэтому задача определения координат точек пересечения требует огромного числа логически простых вычислений. С учетом указанных выше особенностей использования гибридных систем, этот этап трассировки выполняется на GPU.

Рассмотрим этот этап подробнее.

Известно, что вычислительное задание для GPU или «ядро», представляет собой совокупность вычислительных потоков, объединенных в блоки. Блоки в свою очередь объединяются в решетку (GRID). В общем случае блок представляет собой двумерный массив потоков, а решетка – трехмерный массив блоков.

Для выполнения первого этапа трассировки объекта используются два ядра.

Первое ядро предназначено для перевода всех вершин треугольников в локальную систему координат, связанную с направлением движения данного фотона. Конфигурация ядра следующая: блок представляет одномерный массив из 512 потоков (максимально возможное количество потоков в блоке); решетка представляет собой двумерный массив блоков размера  $N \times M$ , где  $N$  – количество фотонов,  $M \cdot 512$  – количество вершин. Таким образом, каждому вычислительному потоку ставится в соответствие пара фотон-вершина (**Рис. 4**).



**Рис. 4.** Конфигурация ядра, выполняющего перевод вершин в локальные системы координат

Второе ядро определяет координаты точек пересечения лучей вдоль текущих направлений фотонов со всеми пересекаемыми треугольниками. Конфигурация ядра следующая (**Рис. 5**): блок представляет собой одномерный массив из 512 потоков, решетка – одномерный массив размера  $N$ . То есть, с каждым фотоном ассоциируется отдельный вычислительный блок, вычислительные потоки которого, путем перебора всех треугольников определяют координаты точек пересечения (**Рис. 5**). Результат возвращается в виде  $N$  массивов, содержащих координаты пересечения. Для увеличения скорости работы эти массивы изначально

формируются в разделяемой памяти блоков, а для синхронизации доступа к элементам массивов используются атомарные операции, исключая проблемы одновременного доступа к памяти.

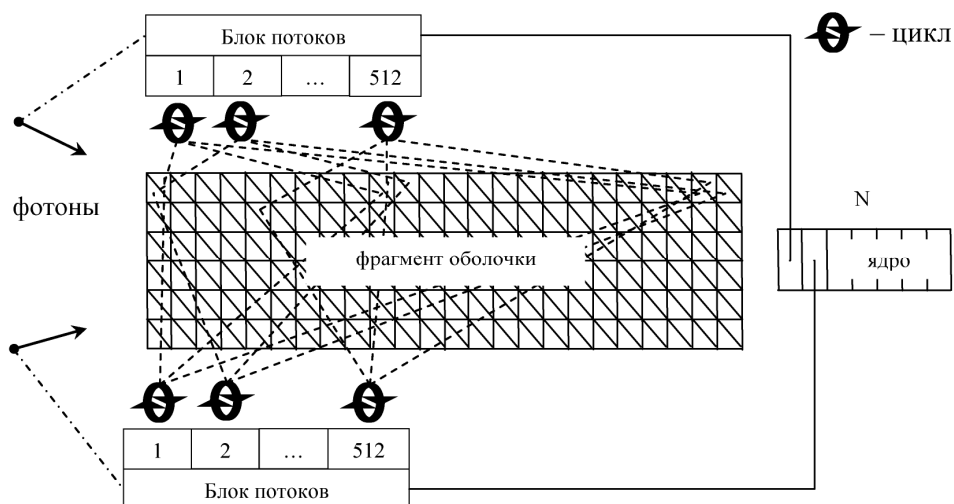


Рис. 5. Конфигурация ядра, выполняющего вычисление координат точек пересечения

Второй этап трассировки объекта - формирование оптических толщин однородных компонент, пересекаемых лучом вдоль направления движения фотона, - требует выполнения, главным образом, логических операций сравнения и перегруппировки. Поэтому этот этап выполняется на центральном процессоре.

Для регистрации электронов, эмитируемых с граничных поверхностей объекта, строятся виртуальные детекторы [1], которые имеют форму цилиндров. Высота этих цилиндров определяется величиной тормозного пути рожденного в данном детекторе электрона, а радиус основания выбирается из априорных геометрических соображений. При этом диаметр основания цилиндра много больше его высоты.

Задачей трассировки детекторов является определение интервалов пересечения указанных цилиндров лучом вдоль направления движения фотона. Трассировка детекторов выполняется в два этапа:

- грубый отсев части детекторов, заведомо не пересекаемых фотонным лучом;
- определение отрезка пересечения детектора фотонным лучом.

Грубый отсев проводится по следующему правилу: отбрасываются детекторы, для которых расстояние от центра их основания до текущего фотонного луча больше диаметра основания. Основная операция при выполнении этого этапа - вычисление расстояния от точки (центра основания детектора) до прямой (фотонного луча). В практически важных задачах количество детекторов исчисляется десятками тысяч. Поэтому этап грубого отсева выполняется на GPU. Обычно этот этап позволяет отбросить более 99% детекторов. Это позволяет значительно снизить вычислительную нагрузку в дальнейшем.

Для каждого из оставшихся детекторов разыгрываются энергии фото- и комптоновского электронов, вычисляются соответствующие величины тормозного пути. Исходя из этого, для каждого из двух указанных электронов вычисляется высота детектора и проводится построение интервалов пересечения детектора фотонным лучом. На построенном интервале в соответствии с распределением условной вероятности разыгрывается точка рождения электрона и направление его первоначального движения в детекторе. Эта часть алгоритма выполняется на CPU.

Затем моделируется траектория каждого из рожденных электронов до его термализации или до вылета за границы объекта. Расчет электронной траектории проводится на GPU с использованием модели индивидуальных соударений (МИС) [2]. Выбор этой модели обусловлен тем обстоятельством, что в разномасштабных объектах, содержащих микроструктурные элементы, применение логически сложных моделей, основанных на широко используемом методе группировки столкновений, может оказаться не эффективным. Кроме

того, МИС обладая простой внутренней логикой, но требуя большого числа арифметических операций, отлично подходит для реализации на графических процессорах.

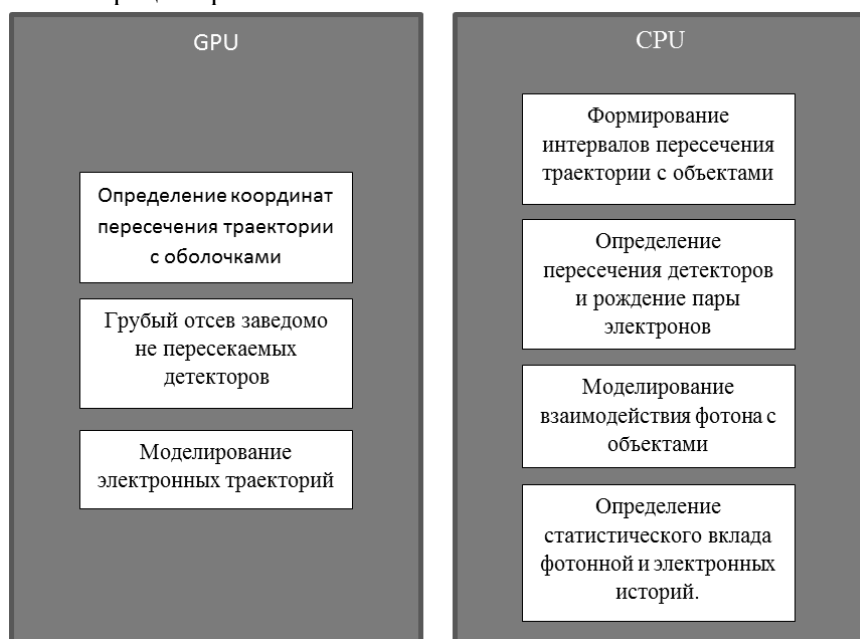
Моделирование электронных историй требует переконфигурирования памяти графического процессора (выгрузка данных о геометрии объекта, загрузка табличных данных для электронов), поэтому проводить его на каждом звене фотонной траектории нецелесообразно. Вместо этого характеристики рожденных электронов сохраняются в электронном пуле и обрабатываются разом после заполнения данного пула. Причем моделирование электронных траекторий происходит, как отмечено выше, на графическом процессоре, а определение их вклада в статистическую выборку – на CPU. Это связано с большой размерностью выборки, для хранения которой GPU имеет слишком мало доступной памяти.

После завершения траектории электрона и его регистрации (в случае, если он вылетел через границу объекта) моделируется взаимодействие фотона с веществом той части объекта, в которой находится очередная точка поворота его траектории. Вычисляются новая энергия и новое направление движения. Алгоритмы решения этих задач обладают достаточно сложной логической структурой и, поэтому, выполняются на центральном процессоре.

### 3.3 Схема проведения расчетов

Проведенный в п. 3.2 анализ плотности вычислений на различных этапах моделирования позволил распределить части алгоритма с различной плотностью между графическими и центральными процессорами узла гибридной вычислительной системы.

На **Рис. 6** показано распределение различных частей вычислительной схемы между различными типами процессоров.



**Рис. 6.** Распределение частей расчетной схемы между вычислителями

Каждая итерация вычислительного алгоритма (моделирование очередного звена траектории фотона) представляет собой последовательность этапов, на каждом из которых вычисления проходят либо на CPU, либо на GPU. Независимость моделирования траекторий фотонов позволяет проводить серию расчетов одновременно. При этом в каждый момент времени разные расчеты серии находятся на разных этапах, таким образом вычисления одновременно проходят как на CPU так и на GPU. Это позволяет еще больше увеличить эффективность использования гибридной вычислительной техники.





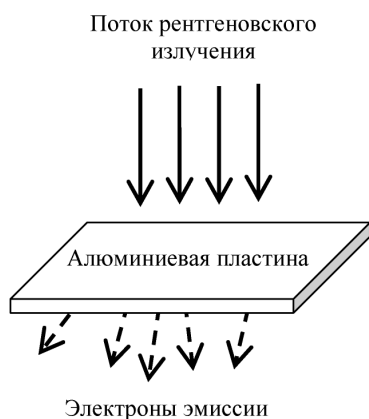
**Рис. 7.** Проведение серии расчетов для одновременной загрузки CPU и GPU

На **Рис. 7** показан пример схемы проведения серии расчетов.

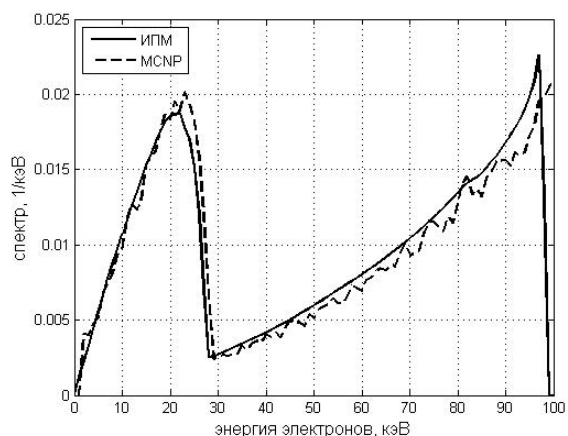
- первый расчет проводит трассировку на GPU на основе новых координат и направлений движения частиц, скопированных на GPU на предыдущем шаге;
- второй расчет копирует результаты трассировки, выполненной на предыдущем шаге на CPU;
- третий расчет серии, на основе данных трассировки, полученных с GPU шагом ранее, производит моделирование физики;
- четвертый расчет копирует изменённые характеристики частиц на GPU для трассировки на следующем шаге.

#### 4. Пример моделирования электронной эмиссии

Разработанные алгоритмы моделирования реализованы в виде параллельного программного кода с рабочим названием HCEE (Hybrid Calculation of Electron Emission).



**Рис. 8.** Схема вычислительного эксперимента с пластиной



**Рис. 9.** Результаты сравнительного расчета спектра эмитируемых электронов

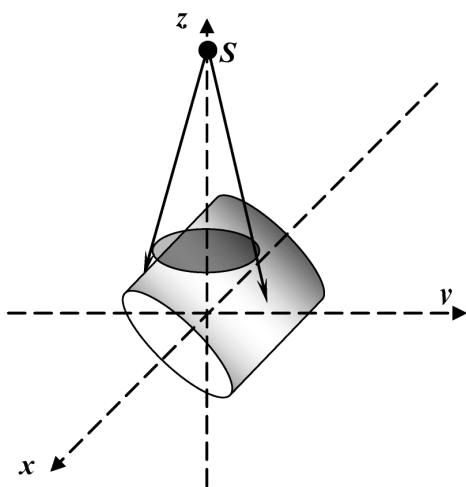
На этапе тестирования HCEE проведено сравнение результатов вычислительного эксперимента, изображенного на **Рис. 8** с аналогичными результатами, полученными с помощью пакета MCNP [8]. В этом эксперименте алюминиевая пластина толщиной 1 мм облучается потоком рентгеновских фотонов с энергией 100 кэВ. Регистрируется электронный поток за пластиной (**Рис. 8**).

На **Рис. 9** представлены графики спектра электронов эмиссии. Получено удовлетворительное согласие результатов.

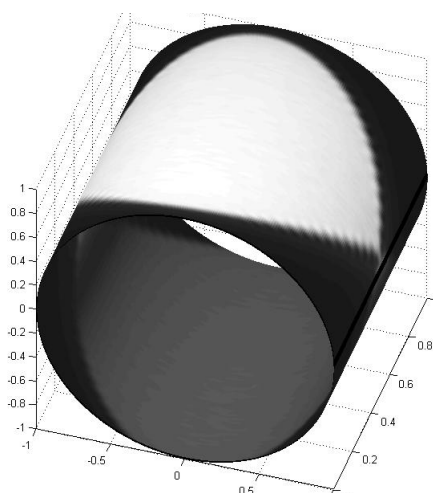
Отметим, что пик в области 20 кэВ соответствует потоку комптоновских электронов, а правый пик в области более 95 кэВ – потоку фотоэлектронов, потерявших энергию при переносе до нижней границы пластины.

Время расчетов с помощью MCNP превысило время, затраченное при использовании HCEE, в сотни раз. Однако сравнение быстродействия в рассматриваемом случае не является корректным, поскольку расчеты с использованием MCNP проведено на кластере с обычной архитектурой, в то время как моделирование с помощью HCEE выполнено на вычислительном кластере К-100 (<http://www.kiam.ru/MVS/resources/k100.html>) с гибридной архитектурой.

По заказу Федерального Института контроля и исследования материалов (BAM, Берлин, Германия) проведены расчеты плотности потока эмитируемых электронов с внешних и внутренних поверхностей трубы, облучаемой потоком 100-кэВных фотонов.



**Рис. 10.** Схема вычислительного эксперимента с трубой



**Рис. 11.** Распределение плотности потока электронов с внешней облучаемой стороны трубы

Схема вычислительного эксперимента показана на **Рис. 10**. На **Рис. 11** изображены результаты расчета плотности потока электронов с внешней облучаемой стороны трубы. По координатным осям на **Рис. 11** отложены пространственные координаты в относительных единицах. Величина плотности потока изображена в градациях серого цвета: светлым участкам соответствует большая плотность, темным – меньшая плотность электронного потока.

## 5. Заключение

Разработаны эффективные статистические алгоритмы математического моделирования процесса радиационной электронной эмиссии с использованием гибридной вычислительной техники. Эти алгоритмы построены с учетом особенностей проведения вычислений на многопроцессорных суперкомпьютерах с использованием графических ускорителей в качестве арифметических сопроцессоров. Анализ вычислительной схемы алгоритма дал возможность провести разделение частей алгоритма по степени плотности вычислений, что позволило повысить эффективность метода решения задачи путем выравнивания загрузки центральных и графических процессоров.

## Литература

1. Жуковский М.Е., Скачков М.В. Моделирование эмиссии электронов с поверхностей объектов, облучаемых ионизирующим излучением. Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана, 4, 2009.

2. Жуковский М.Е., Подоляко С.В., Усков Р.В. Модель индивидуальных соударений для описания переноса электронов в веществе. // Математическое моделирование, Том 23, № 6, стр. 147-160, 2011.
3. Stephen M. Seltzer, "An Overview of ETRAN Monte Carlo Methods," in Monte Carlo Transport of Electrons and Photons, edited by Theodore M. Jenkins, Walter R. Nelson, and Alessandro Rindi, (Plenum Press, New York, 1988) 153.
4. Vilches M., Garcia-Pareja S., Guerrero R., Anguiano M., Lallena A.M. Monte Carlo simulation of the electron transport through thin slabs: A comparative study of PENELOPE, GEANT3, GEANT4, EGSnrc and MCNPX. // Nucl.Instrum.Meth., B254:219-230,2007.
5. Жуковский М.Е., Усков Р.В. Моделирование взаимодействия гамма-излучения с веществом на гибридных вычислительных системах. // Математическое моделирование, том 23, № 7, стр.20-32, 2011.
6. Жуковский М.Е., Подоляко С.В., Усков Р.В. Моделирование переноса электронов в веществе на гибридных вычислительных системах. // Вычислительные методы и программирование, том 12, 2011, с.152-159.
7. Жуковский М.Е., Загонов В.П., Подоляко С.В., Скачков М.В., Тиллак Г.-Р., Беллон К.. Применение поверхностно ориентированного описания объектов для моделирования трансформации рентгеновского излучения в задачах вычислительной диагностики. Математическое моделирование. 2004, т.16, №5, с.103-116.
8. Briesmeister J.F. (ed.) MCNP – A General Monte Carlo N-Particle Transport Code. LANL Report LA-13709-M, Los Alamos, 2000.