

Математическое моделирование транспортных потоков на основе микроскопической схемы предиктор-корректор

Р.Т. Файзуллин, В.А. Соловьев

Омский Государственный Технический Университет

В работе рассматриваются микроскопические модели транспортных потоков в крупном городе, основанные на модели следования за лидером и схеме предиктор-корректор. Учитываются различные изменения в потоке: скоростные характеристики транспортных средств, сужение магистралей, смены сигналов светофоров, случайный старт транспортных средств, с заданным пунктом назначения, транзитный поток транспортных средств через город и т.п. Для реализации модели предложен способ распараллеливания на несколько процессоров, ассоциированных с районами города. Результаты тестирования показывают эффективность параллельной версии для моделирования в режиме реального времени, и возможность управления транспортными потоками с числом транспортных средств порядка 10^6 .

1. Введение

Суперкомпьютеры используются для решения задач с интенсивными вычислениями. Такие задачи часто возникают в различных областях физики и механики, в прогнозировании погоды, исследовании климата (включая исследование относительно глобального потепления), молекулярном моделировании (вычисляющем структуры и свойства химических составов, биологических макромолекул, полимеров, и кристаллов), физическом моделировании (моделирование самолетов, моделирование взрыва ядерного оружия, и исследование относительно ядерного сплава), в криптографическом анализе, и т.п.

Представляется возможным использование параллельных вычислений и в задаче моделирования транспортных потоков, которая отличается большой сложностью в случае моделирования и оптимизации работы транспортной сети крупного города. Существующие модели, макроскопические и микроскопические в настоящее время ограничены однопроцессорными реализациями [1-2].

2. Описание модели

Название предложенной модели сложилось на основе использованных подходов в ее реализации. Микроскопической модель является в силу детальной обработки транспортного потока, т.е. учет характеристик каждого транспортного средства в отдельности. Прямого отношения к схеме предиктор-корректор, существующей в теории дифференциальных уравнений [3], модель не имеет, но принцип работы аналогичен, что позволило использовать такое название как отражающее принцип действия модели.

В качестве топографической основы модели транспортной системы города рассмотрим неориентированный граф, ребра это дороги или магистрали, узлы это перекрестки. Будем считать, что движение везде двухполосное, разделенное сплошной линией, т.е. обгоны запрещены и на всех перекрестках стоят светофоры. Транспортные средства – это точки, расположенные на ребрах. В начальном состоянии системы все транспортные средства имеют нулевую скорость. Для каждого транспортного средства случайно выбираются пункты назначения – точки на каком-либо ребре, для которых вычисляется оптимальный маршрут. В результате поиска пути, каждому транспортному средству с номером i_s , поставлен в соответствие массив номеров ребер $ir_s(l)$, которые он должен пройти. Здесь $l = 1, \dots, L$, где L это число ребер в графе. Время считаем изменяющимся дискретно. За приращение времени примем $\Delta\tau$ – шаг по времени, после которого водитель вынужден корректировать свой прогноз. Также введем вторую величину

ну, отвечающую за время, Δt – это общий интервал времени, на которое независимо прогнозируется движение каждым водителем. Логично утверждать, что Δt намного больше $\Delta \tau$.

2.1 Схема движения транспортных средств

Как упоминалось выше, для каждого транспортного средства заранее вычисляется путь до пункта назначения. Исходя из этого, каждому движущемуся транспортному средству с номером i_s поставлен в соответствие массив номеров ребер $ir_s(l)$, которые он должен пройти, скаляр v_{i_s} – скорость транспортного средства, номер ребра $l_{i_s}(t)$, на котором находится в данный момент транспортное средство, и $x_{i_s}(t)$ – текущая координата транспортного средства на этом ребре.

Для перемещения транспортных средств по графу дорог, на каждом такте движения по магистрали (по ребру графа) необходимо вычислить приращение координат всех транспортных средств на магистрали, с учетом скоростей и ситуации на магистралях.

Рассмотрим ситуацию, когда движение определяется лидером движения, т.е. если светофор открыт, то лидер идет с максимально допустимой скоростью, если же лидер стоит (или, то же самое, светофор закрыт), то скорость его тоже известна и итоговые расстояния между транспортными средствами прогнозируются однозначно разрешимой системой уравнений

$$x_i + v_i \Delta t - x_{i+1} - v_{i+1} \Delta t = Su, \quad i = 1, \dots, M \quad (1)$$

где M – это количество машин на магистрали, u – это минимально допустимое расстояние между транспортными средствами, а константа S выбирается согласно условию: скорость меньше или равна максимально допустимой на магистрали.

Следует учесть, что транспортное средство, начинающее движение в момент времени t , вклинивается в поток транспортных средств, если ему не мешают другие транспортные средства, т.е. выезд открыт и скорость выезда достаточна, чтобы не совершилось столкновение. Также, транспортное средство, заканчивающее движение на магистрали, т.е. имеющее конечный пункт назначения на ребре графа, влияет на движение остальных транспортных средств, участвующих в движении. Поэтому желательно рассматривать более дискретизированные моменты времени, считая решение (1) «предиктором», решением, к которому в момент времени t стремятся транспортные средства.

Смещения и скорости в момент времени $t + \Delta \tau$ можно рассчитать по формулам

$$x_i(t + \Delta \tau) = x_i(t) + v_i(t) \Delta \tau + \alpha(x_i) \left(\frac{v_i(t + \Delta t) - v_i(t)}{\Delta t} \right) \Delta \tau^2 \quad (2)$$

$$v_i(t + \Delta \tau) = v_i(t) + \alpha(x_i) \frac{v_i(t + \Delta t) - v_i(t)}{\Delta t} \Delta \tau \quad (3)$$

где $v_i(t + \Delta t)$ найдено из (1), а $\alpha(x)$ это коэффициент имитирующий сужение дороги, или ограничение ускорения на повороте. Далее, принимая за t уже момент $t + \Delta \tau$, продолжим расчет на следующем шаге.

Отметим, что формула (1) описывает только одну из возможных стратегий, при которой транспортное средство ориентировано только на лидера, впереди идущее транспортное средство, или светофор. Назовем эту стратегию «эгоистичной». Можно предложить и другие стратегии, когда транспортное средство ориентируется не только на лидера, например, когда предиктор работает согласно выражению:

$$-x_{i-1} - v_{i-1} \Delta t + 2(x_i + v_i \Delta t) - x_{i+1} - v_{i+1} \Delta t = 0, \quad i = 1, \dots, M \quad (4)$$

Например, (4) моделирует движение военной техники в составе колонны. Зная скорость лидера, мы можем рассматривать (4) как трехдиагональную систему уравнений. Такая «дружественная» стратегия позволяет передавать информацию о пробке вверх по потоку. Отметим, что, считая правую часть (4) за отрицательное число, например, кратное u , мы получаем целый спектр задач, лежащих между «эгоистичной» и «дружественной» моделями.

Очевидно, что результатами расчетов будут являться скорости и положения всех транспортных средств.

2.2 Моделируемые ситуации и постановки оптимизационных задач

Для проверки соответствия предложенной модели реальным ситуациям, возникающим при движении автотранспорта, естественным образом возникает необходимость построения типичных тестовых ситуаций. Естественной ситуацией, вытекающей из самых первых строк формулировки модели, является ситуация, представленная на рисунке 1, в которой транспортные средства движутся по дороге (ребру) в сторону вершины, пересекают ее, и продолжают движение уже по следующей дороге. Система состоит, как видно на рисунке 1, из двух ребер. На данном этапе светофоры не помещены в вершины, что позволяет транспортным средствам перемещаться с одной дороги на другую без остановок. Транспортные средства генерируются случайным образом на первом ребре. В качестве пункта назначения выбирается точка на втором ребре. Данная ситуация позволяет проверить корректность схемы в части вычисления прогнозируемых положений транспортных средств через дискретные интервалы времени.

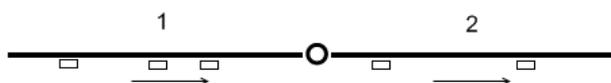


Рис. 1. Переход транспортных средств с одной дороги на другую

Добавляя светофоры в вершины графа, переходим к моделированию ситуации, которая получила название «работа Т-образного перекрестка». Отличие этого случая от предыдущего кроме дополнительного ребра, заключается в наличии светофора на перекрестке (в вершине). В данной ситуации транспортные средства «генерируются» на первой и второй дороге, а их целью является достижение конца третьей. Красный и зеленый сигналы светофора горят одинаковое количество времени.

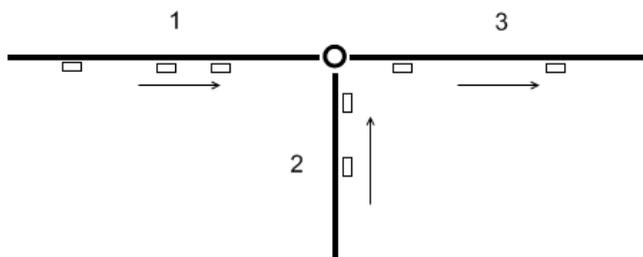


Рис. 2. «Т-образный перекресток»

Данная ситуация позволяет моделировать образование пробок и вычислять критическую плотность транспортных средств, при которых возникают пробки. Отметим, что в этой ситуации статистически показано преимущество «дружественной» модели перед «эгоистичной».

Более сложная ситуация проиллюстрирована на рисунке 3. В данном примере рассматривается решетка из 49 перекрестков (вершин), некоторые из которых соединены дорогами (ребрами) с другими. Транспортные средства случайным образом генерируются на случайных дорогах. Каждому из них задается случайный пункт назначения, и просчитывается оптимальный маршрут для его достижения. Затем транспортное средство включается в движение. Варьируя количество транспортных средств, генерируемых на каждом такте системы, можно загружать сеть различным количеством транспортных средств, выявляя места, в первую очередь подверженные образованию пробок. Будем называть подобные решетки регионом.

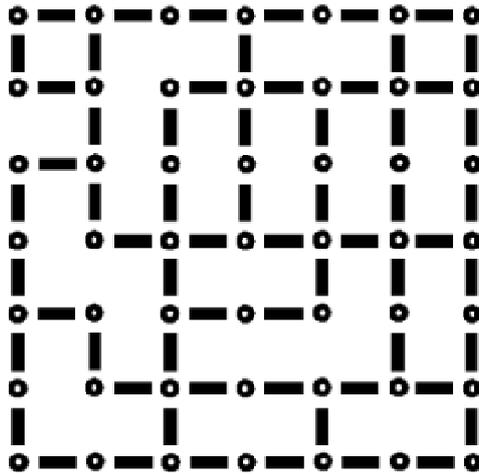


Рис. 3. Регион

Данная модель позволяет поставить задачу нахождения оптимальной работы светофоров для максимальной «прокачки» транспортных средств через регион. Без потери общности зададим время работы светофоров функцией сдвига фаз относительно основной частоты колебаний ω , β_1, \dots, β_p , где P , это число светофоров в регионе. По определенным путям или направлениям через регион следует транзитный транспорт (рисунок 4) средняя скорость которого при пересечении региона является целевой функцией, которую нам необходимо максимизировать с помощью выбора значений фаз. Данная задача является в некотором смысле развитием задачи поиска так называемой «зеленой волны».

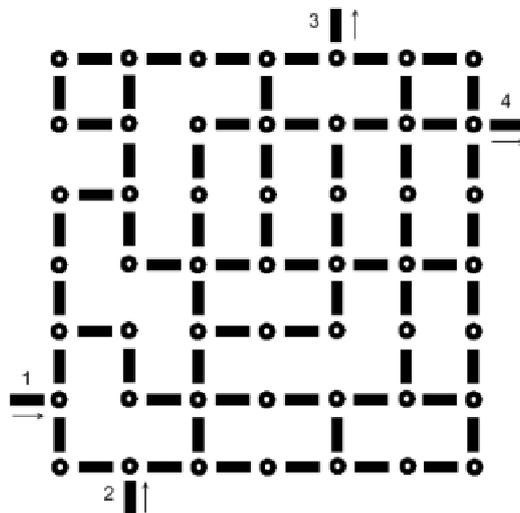


Рис. 4. «Прокачка» через регион

Вопрос о классе данной оптимизационной задачи в настоящее время открыт.

3. Распараллеливание при моделировании и оптимизации движения транспорта в нескольких регионах

Решение рассмотренных частных задач моделирования и оптимизации естественным образом приводит нас к требованию максимального повышения производительности вычислений. Как показывают расчеты, движение в режиме реального времени транспортных средств в количестве 100 000 единиц моделируется одним процессором, но задачи моделирования большей

размерности и особенно оптимизационные задачи требуют повышения скорости вычислений на порядки.

Например, если речь идет об управлении движением транспорта, то число расчетов по необходимости должно быть велико, и они должны происходить существенно быстрее.

Первая и очевидно наиболее естественная схема распараллеливания, это распараллеливание по регионам, где расчеты происходят независимо, а обмен ограничивается передачей контроля над транспортными средствами, пересекающими границу региона. На рисунке 5 приведена схема распараллеливания – индекс ребра или вершины отвечает номеру процессора (индекс вершины, это номер процессора отвечающего за светофоры). Очевидно, что регионы надо организовывать таким образом, чтобы контакты между регионами были минимальны, т.е. число контактирующих вершин было наименьшим.

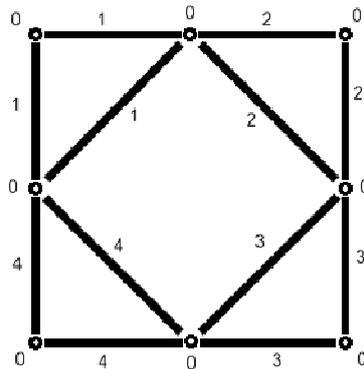


Рис. 5. Разбивка по регионам

В качестве примера распараллеливания по регионам можно привести схему районов г. Омска. На рисунке 6а приведены три крупных района г. Омска: Советский (I), часть Первомайского (II) и часть Кировского (III).



Рис. 6а. г. Омск

Соединения между ними осуществляются по единственному мосту и одной магистрали Красный путь.

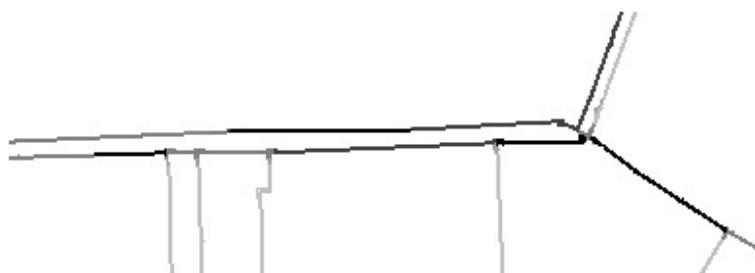


Рис. 66. г. Омск

Интенсивность «серого» на рисунке 66 соответствует насыщенности транспортного потока. По результатам расчетов можно сделать вывод о соответствии между модельными «пробками» и «пробками», образующимися на практике.

4. Заключение

Как показывает опыт вычислений, число контролируемых транспортных средств, при подобном моделировании может достигать чисел порядка 10^6 и время расчета вариантов движения существенно меньше, чем время реализаций этих вариантов в действительности. Также, представляется перспективным перенести часть массовых вычислений на графические процессоры, выбирая оптимальные размеры региона или специальным образом распараллеливать вычисления на обычные и графические процессоры [4].

Литература

1. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков в крупном городе с применением к Московской агломерации // Автоматика и Телематика, №11, 2005. С. 113-125.
2. P. Chakroborty, S. Agrawal, K. Vasishta. Microscopic Modeling of Driver Behavior in Uninterrupted Traffic Flow //Journal of transportation engineering. ASCE. July/August 2004. P. 486-451.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. — 536 с.
4. Файзуллин Р.Т., Свенч А.А., Хныкин И.Г. Применение гибридной суперкомпьютерной системы в задачах криптоанализа // Доклады ТУСУР / Томск: ТУСУР, №1 (21), часть 1. 2010. С. 61-63.