

Технология моделирования систем по частям

М.Н. Максимов

ООО "Информационные и инновационные технологии"¹

В статье кратко описана технология моделирования сложных систем по частям и новый численный метод, на базе которого она построена. Сложные системы обычно имеют иерархическую структуру, которую можно представить в виде набора связанных между собой функциональных блоков. Разработанная технология позволяет моделировать функциональный блоки системы параллельно друг другу и сшивать их решения после каждой итерации в не зависимости от их количества и способа соединения между собой.

На сегодняшний день для увеличения быстродействия САПР используют многопроцессорные ЭВМ (суперкомпьютеры). К сожалению, их применение ограничивается конечностью возможностей внутреннего параллелизма известных алгоритмов. Поэтому актуальным является разработка новых математических методов и алгоритмов, позволяющих более полно распараллеливать решения задач САПР и тем самым добиться увеличения их быстродействия на многопроцессорных системах за счёт более эффективного использования вычислительных ресурсов.

Одним из основных результатов разработанной технологии является прямой численный метод решения разреженных СЛАУ по функциональным блокам. Основные черты метода опишем на примере моделирования некоторой сложной системы.

Итак, пусть имеется система, которую можно представить в виде набора функциональных блоков, соединённых друг с другом в N узлах (причём $N \ll R$, где R общее количество узлов в системе). Поведение каждого из функциональных блоков описывается системой дифференциальных уравнений. При моделировании от систем дифференциальных уравнений методами численного интегрирования переходят к дискретным моделям (к СЛАУ) блоков. Далее формируют «большую системную матрицу» (порядка R) путём включения в неё СЛАУ блоков. Причём если блоки функционально связаны, то они в матрице частично перекрываются (складываются). Полученную «большую системную матрицу» решают прямыми или чаще итерационными методами. Это стандартный путь.

При моделировании системы по частям решение получаю следующим образом:

1. Вместо формирования «большой системной матрицы» формируется так называемая «матрица сшивания», ранг которой не превышает N .

2. СЛАУ функциональных блоков решаются (любыми известными методами) параллельно друг другу относительно заданных значений векторов b в правой части;

3. С помощью решений, полученных на предыдущем шаге, формируем правую часть матрицы сшивания и решаем её (количество переданных данных между процессорами на 2-3 и 3-4 шагах минимально).

4. Далее опять параллельно решаем СЛАУ функциональных блоков, но с учётом решения, полученного на предыдущем шаге. В результате получаем решение, которое совпадает (с учётом ошибки округления) с решением «большой» СЛАУ для заданного суммарного вектора b^* . Если необходимо модифицируем вектора b блоков и ищем новые решения, перейдя к шагу 2.

Таким образом, скорость решения СЛАУ по функциональным блокам на многопроцессорной системе зависит от максимального размера СЛАУ блока, размера матрицы сшивания и скорости обмена данными между процессорами, и практически не зависит от количества блоков и их способа соединения между собой, т.е. слабо зависит от размерности решаемой задачи.

Разработанный численный метод лежит на стыке прямых и итерационных методов решения разреженных СЛАУ. Доказано, что если коэффициенты матрицы сшивания вычислены точно, то метод является прямым, но, так как из-за ошибки округления, точно их вычислить проблематично, то метод можно отнести и к блочным итерационным методам, все собственные числа матрицы перехода которого имеют порядок приблизительно равный квадратному корню из порядка ошибки округления, т.е. существенно меньше единицы.

¹ Создано при поддержке Южного Федерального Университета