

# Моделирование задачи функционирования гидромеханического исполнительного механизма\*

Е.В. Денисова, Э.Ш. Насибуллаева

В работе численно исследуются динамические модели функционирования гидромеханического исполнительного механизма — агрегата дозирования топлива, включающего один (сервопоршень дроссельной иглы) и два (сервопоршень дроссельной иглы и непосредственно дроссельную иглу) подвижных элемента. Исследовано влияние силы, действующей со стороны дроссельной иглы на сервопоршень, а также проведен анализ ускорения и эффективности параллельного алгоритма для рассмотренных задач.

## 1. Введение

Исторически сложилось так, что первые системы автоматического управления (САУ) воздушно-реактивными двигателями были гидромеханическими. Они появились и совершенствовались совместно с объектами управления — двигателями. Достаточно длительный период времени никаких проблем (кроме чисто инженерных) при функционировании систем управления подобного класса не возникало.

Появление новых типов летательных аппаратов и двигателей для них, введение в контуры управления высокоточных вычислительных машин, поставило перед разработчиками систем управления следующую проблему: характеристики управляющей (электронной) и исполнительной (гидромеханической) частей системы должны быть согласованы или хотя бы не противоречить друг другу. При этом в развитии как методов проектирования, так и методов исследования исполнительных гидромеханических механизмов наблюдалось заметное отставание.

В свою очередь, проектирование исполнительных гидромеханических устройств имеет целый ряд специфических особенностей. В частности к ним относятся:

- значительное количество подвижных элементов (до 50-ти), сосредоточенных в достаточно ограниченном пространстве;
- большое конструктивное разнообразие элементов;
- ограничения на массу и габариты применяемых элементов, что не позволяет использовать стандартные связи между элементами;
- тесная связь между схемой и конструкцией;
- наличие «паразитных» нелинейностей (сухое трение, ограничение на перемещение и т.п.).

Все вышеперечисленные особенности показывают, что технически реализовать гидромеханический агрегат с заданными характеристиками — задача весьма сложная.

На помощь разработчикам агрегатов пришло математическое моделирование. Однако, модель, описывающая с достаточной степенью точности совместную работу хотя бы двух подвижных элементов, при использовании известных методов численного расчета получается достаточно громоздкой. С другой стороны, разработчики всей САУ двигателем выдвигают следующее требование — модель исполнительной системы (агрегата топливопитания) должна функционировать в реальном масштабе времени.

В связи с этим возникает необходимость применения высокопроизводительных вычислений для решения подобного класса задач.

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 08-01-97024, 08-08-97044, 08-08-12058) и Программы фундаментальных исследований ОЭМПУ РАН (проект № 15).

## 2. Постановка задачи и математическая модель

Рассматривается конструктивная схема агрегата дозирования топлива (АДТ) в силовую установку беспилотного летательного аппарата (БЛА), представленная на рис. 1.

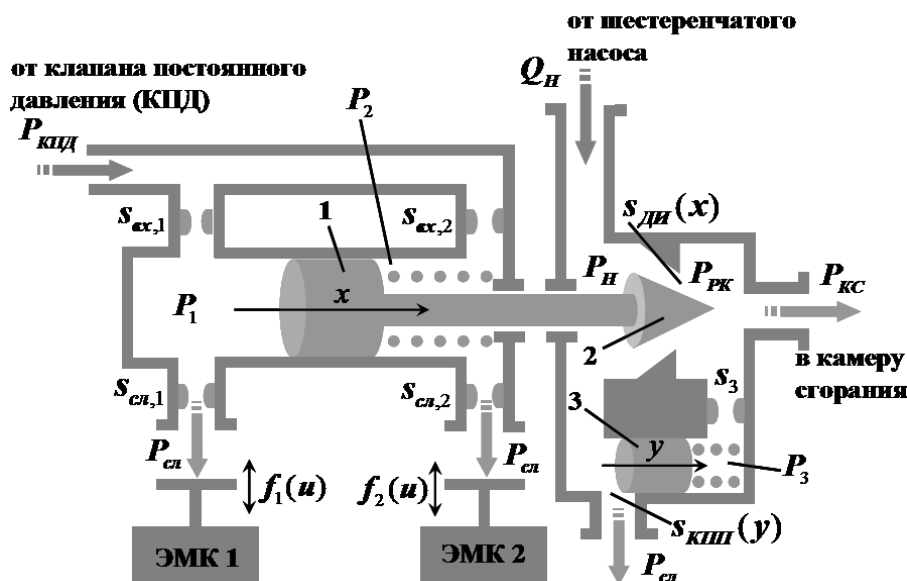


Рис. 1. Конструктивная схема АДТ в силовую установку БЛА

Устройство работает следующим образом. От электронного регулятора режима работы двигателя поступает управляющий сигнал  $u$  на электромагнитные клапаны (ЭМК 1 и ЭМК 2), который открывает (или закрывает) заслонки, изменяя площади слива  $s_{сл,1}$  и  $s_{сл,2}$  в левой и правой полостях сервопоршня 1 соответственно.

Для определенности положим, что заслонка слева закрывается, а справа — открывается. В этом случае давление  $P_1$  постепенно возрастает до величины  $P_{кпд} = \text{const}$ , и сервопоршень начинает перемещаться вправо по схеме ( $x$  — направление перемещения). Одновременно с сервопоршнем перемещается дроссельная игла 2, изменяя свое проходное сечение  $s_{ди}(x)$ . Управление перемещением происходит в режиме широтно-импульсной модуляции.

Таким образом, устанавливается связь между управляющим сигналом  $u$  и перемещением сервопоршня дроссельной иглы  $x$ .

Далее, от насоса (или качающего узла) приходит расход топлива  $Q_H$ , прямо пропорциональный частоте вращения ротора турбокомпрессора  $n$  [1], то есть  $Q_H = k \cdot n$ . При условии, что  $n = \text{const}$  на заданном режиме работы, получаем, что  $Q_H = \text{const}$ , но при этом давление  $P_H$  является переменной величиной и зависит от положения иглы. Если дроссельная игла перемещается на закрытие (вправо по схеме), то  $P_H$  возрастает, и наоборот. При этом давление в правой полости иглы ( $P_{РК}$  — давление перед распределительным клапаном) остается без изменения. Следовательно, перепад давлений ( $P_H - P_{РК}$ ) начинает изменяться, что нежелательно, поскольку величина расхода топлива в двигатель  $Q_T$  должна зависеть только от перемещения  $x$ , то есть от управляющего сигнала  $u$  в конечном итоге.

С целью поддержания ( $P_H - P_{РК}$ ) постоянной величиной в схему введен клапан постоянного перепада 3 (КПП). Работает он следующим образом. Когда подрастает давление  $P_H$ , поршень КПП увеличивает слив за счет изменения перемещения  $y$ . Это приводит к увеличению давления  $P_{РК}$ , поддерживая разницу давлений постоянной величиной. Таким образом, окончательный расход топлива в двигатель будет зависеть только от управляющего сигнала  $u$  в конечном итоге [1].

При моделировании схемы рассматривалась динамика левой полости (полости серво-

поршня дроссельной иглы) и правой полости (полости самой дроссельной иглы).

Основные предположения при моделировании: давление клапана постоянного давления  $P_{КПД}$  и давление слива  $P_{сл}$  принимаем постоянными величинами, причем  $P_{КПД} > P_{сл}$ .

## 2.1. Математическое моделирование работы полости сервопоршня дроссельной иглы

Уравнение, описывающее движение сервопоршня:

$$m_1 \ddot{x} = P_1 S_{nop,1} - P_2 S_{nop,2} - c_1 x - F_{mp,1} + R_{np,1} + F_{ПДИ}, \quad (1)$$

где  $m_1$  — масса сервопоршня;  $x = x(t)$  — перемещение сервопоршня;  $\ddot{x} = \ddot{x}(t)$  — ускорение перемещения сервопоршня;  $t$  — время;  $P_1 = P_1(t)$  и  $P_2 = P_2(t)$  — давления слева и справа от сервопоршня соответственно;  $S_{nop,1}$  и  $S_{nop,2}$  — площади сервопоршня слева и справа соответственно;  $c_1$  — жесткость пружины;  $F_{mp,1}$  — сила трения;  $R_{np,1} = \text{const}$  — сила предварительной затяжки пружины;  $F_{ПДИ}$  — сила, действующая на сервопоршень со стороны полости дроссельной иглы. Если рассматривается математическая модель работы только одного элемента АДТ (сервопоршня), то  $F_{ПДИ} = 0$ , а для математической модели работы двух связанных элементов формула для  $F_{ПДИ}$  будет приведена в п. 2.2.

Сила трения  $F_{mp,1}$  задается по формуле [2]

$$F_{mp,1} = \begin{cases} \frac{F_{mp,1}^0 \dot{x}}{\varepsilon_1}, & \text{при } |\dot{x}| < \varepsilon_1, \\ \text{sign}(\dot{x}) |F_{mp,1}^0|, & \text{при } |\dot{x}| \geq \varepsilon_1, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\varepsilon_1$  — параметр регуляризации;  $F_{mp,1}^0$  определяется из условия, что в начальный момент времени ( $t = 0$ ) сервопоршень находится в состоянии покоя в начальном положении  $x = x_0$ .

Давления слева и справа от сервопоршня определяются из уравнений баланса расходов жидкости и задаются следующими формулами:

$$P_i = \frac{s_{ex,i}^2 P_{КПД} + s_{cl,i}^2 P_{сл}}{s_{ex,i}^2 + s_{cl,i}^2} + \frac{S_{nop,i} \dot{x} (-S_{nop,i} \dot{x} (s_{ex,i}^2 - s_{cl,i}^2) \pm 2s_{ex,i} s_{cl,i} \sqrt{D_i})}{(s_{ex,i}^2 + s_{cl,i}^2)^2 \alpha^2 \mu^2}, \quad (3)$$

$$D_i = (P_{КПД} - P_{сл})(s_{ex,i}^2 + s_{cl,i}^2) \alpha^2 \mu^2 - S_{nop,i}^2 \dot{x}^2 \quad (i = 1, 2),$$

где  $\alpha = \sqrt{\frac{2g}{\gamma}}$  — размерный коэффициент, зависящий от удельного веса топлива (жидкости)  $\gamma$ ;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\mu$  — коэффициент истечения;  $s_{ex,i}$  ( $i = 1, 2$ ) — площадь прохода жидкости на входе (в жиклерах);  $s_{cl,i}$  ( $i = 1, 2$ ) — площадь прохода жидкости на сливе.

Управляющий сигнал  $u$ , который определяет процент периода, когда слив открыт, являющийся входным параметром, определяется формулой

$$u = \frac{\tau}{T} 100\%,$$

где  $T = 1/\nu$  — период;  $\nu$  — частота изменения управляющего сигнала;  $\tau$  — часть периода, когда слив открыт. Тогда значения жиклеров  $s_{ex,i}$  ( $i = 1, 2$ ), которые изменяются в проти-

вофазе, в формуле (3) заменяются на функции  $s_{ex,i}^*$  ( $i = 1, 2$ ) по следующим формулам:

$$s_{ca,1}^* = f_1(u) = \begin{cases} s_{ca,1}, & kT \leq t \leq kT + \tau, \\ s_{ca,1} \sin^2 \frac{\pi(t - \tau - kT + T/20)}{T/10}, & kT + \tau < t < kT + \tau + \frac{T}{20}, \\ 0, & kT + \tau + \frac{T}{20} \leq kT + \frac{19T}{20}, \\ s_{ca,1} \sin^2 \frac{\pi(t - (k+1)T + T/20)}{T/10}, & kT + \frac{19T}{20} < t < (k+1)T; \end{cases}$$

$$s_{ca,2}^* = \begin{cases} 0, & kT \leq t \leq kT + \tau, \\ s_{ca,2} \sin^2 \frac{\pi(t - \tau - kT)}{T/10}, & kT + \tau < t < kT + \tau + \frac{T}{20}, \\ s_{ca,2}, & kT + \tau + \frac{T}{20} \leq kT + \frac{19T}{20}, \\ s_{ca,2} \sin^2 \frac{-\pi(t - (k+1)T)}{T/10}, & kT + \frac{19T}{20} < t < (k+1)T, \end{cases}$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots$

## 2.2. Математическое моделирование работы полости дроссельной иглы

Уравнение, описывающее движение КПП:

$$m_2 \ddot{y} = (P_H - P_3) S_{КПП} - c_2 y - F_{mp,2} + R_{np,2}, \quad (4)$$

где  $m_2$  — масса КПП;  $y = y(t)$  — перемещение КПП;  $\dot{y} = \dot{y}(t)$  — ускорение перемещения КПП;  $P_3 = P_3(t)$  — давление справа от КПП;  $S_{КПП}$  — площадь КПП;  $c_2$  — жёсткость пружины КПП;  $R_{np,2} = \text{const}$  — сила предварительной затяжки пружины КПП;  $F_{mp,2}$  — сила трения действующая на КПП.

Сила трения  $F_{mp,2}$  определяется по формуле

$$F_{mp,2} = \begin{cases} k_{mp} \frac{F_{mp,2}^0 \dot{y}}{\varepsilon_2}, & \text{при } |\dot{y}| < \varepsilon_2, \\ \text{sign}(\dot{y}) |F_{mp,2}^0|, & \text{при } |\dot{y}| \geq \varepsilon_2, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\varepsilon_2$  — параметр регуляризации;  $k_{mp} = (S_{бок} - S_{mp})/S_{бок}$  — коэффициент силы трения КПП (КПП имеет цилиндрическую форму);  $S_{бок} = \pi d_{КПП} h_{бок}$  — общая площадь боковой поверхности КПП;  $d_{КПП}$  — диаметр основания КПП;  $h_{бок}$  — высота цилиндра КПП;  $S_{mp} = S_{КПП}^{max} - s_{КПП}$  — площадь поверхности КПП, которая не соприкасается со стенками полости;  $s_{КПП} = s_{КПП}(y)$  — площадь сечения слива, образуемая КПП;  $s_{КПП}^{max}$  — максимальное значение площади слива, образуемого КПП. Коэффициент  $k_{mp}$  вводится вследствие того, что часть поршня перекрывает собой слив, и поэтому не вся боковая поверхность КПП соприкасается со стенками полости, в которой он движется. Предполагаем, что ход КПП  $h_y$  равен  $d_{ca}$ . Поскольку профиль окна слива имеет форму круга с диаметром  $d_{ca}$ , то

$$s_{КПП}^{max} = \pi \frac{d_{ca}^2}{4} \quad \text{и} \quad s_{КПП}(y) = \begin{cases} \beta, & \text{при } 0 < y \leq d_{ca}/2, \\ s_{КПП}^{max} + \beta, & \text{при } d_{ca}/2 < y \leq d_{ca}, \end{cases}$$

где  $\beta = \frac{d_{ca}^2}{4} \arccos\left(\frac{d_{ca} - 2y}{d_{ca}}\right) - \frac{d_{ca} - 2y}{2} \sqrt{d_{ca}y - y^2}$ .

$F_{mp,2}^0$  определяется из условия, что в начальный момент времени КПП находится в состоянии покоя в начальном положении  $y = y_0$ .

Из уравнений баланса расходов жидкости получим следующие функции для определения давлений:

$$\begin{aligned} P_{PK} &= P_{KC} + \left[ \frac{a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - a_1 a_3}}{a_1} \right]^2; \\ P_H &= P_{ca} + \frac{1}{a_7^2} \left[ Q_H - a_6 \frac{a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - a_1 a_3}}{a_1} \right]^2; \\ P_3 &= P_{PK} + \left( \frac{S_{КПП} \dot{y}}{a_5} \right)^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь введены обозначения:  $a_1 = 1 - \frac{a_6^2}{a_4^2} + \frac{a_6^2}{a_7^2}$ ;  $a_2 = \frac{a_6 S_{КПП} \dot{y}}{a_7^2} - \frac{a_6 Q_H}{a_4^2}$ ;  $a_3 = P_{KC} - P_{ca} + \frac{S_{КПП}^2 \dot{y}^2}{a_7^2} - \frac{Q_H^2}{a_4^2}$ ;  $a_4 = \alpha \mu s_{КПП}(y)$ ;  $a_5 = \alpha \mu s_3$ ;  $a_6 = \alpha \mu s_\phi$ ;  $a_7 = \alpha \mu s_{ди}(x)$ , где  $s_3$  — площадь прохода жидкости в полость справа от КПП;  $s_{ди}(x)$  — площадь прохода жидкости в сечении дозирующей иглы;  $s_\phi$  — площадь прохода жидкости на входе в камеру сгорания (площадь форсунок);  $P_{KC}$  — давление в камере сгорания (известная величина). Знак в первых двух уравнениях системы (6) выбирается из условия, что выражения, стоящие в квадратных скобках, должны быть положительными.

Площадь сечения дозирующей иглы  $s_{ди}(x)$  определяется по следующей формуле

$$s_{ди}(x) = s_{ди}^{(max)} \left( 1 - \frac{x^2}{h_x^2} \right).$$

Здесь  $s_{ди}^{(max)}$  — максимальное значение площади сечения дозирующей иглы;  $h_x$  — длина хода сервопоршня. Предполагаем, что сервопоршень перемещается по трубе, не перекрывая сливов.

Сила  $F_{ПДИ}$  определяется по следующей формуле

$$F_{ПДИ} = -S_{um} P_H + s_{ди}^{(max)} \left( 1 - \frac{x(t)}{h_x} \right)^2 (P_H - P_{PK}), \quad (7)$$

где  $S_{um}$  — площадь штока.

### 3. Численные расчеты

Условно обозначим математическую модель, включающую систему уравнений (1)–(3) с  $F_{ПДИ} = 0$ , как М1, а математическую модель (1)–(6) с  $F_{ПДИ}$ , вычисляемую по формуле (7), — М2. Модели М1 и М2 численно решались с помощью метода Рунге–Кутты по формулам Дормана–Принса [3]. Расчеты выполнены на четырехядерном компьютере Intel(R) Xeon(R) с тактовой частотой 2 ГГц (УГАТУ, кафедра ВВТиС) с использованием компилятора gcc 4.2.1 в операционной среде OpenSUSE 10.3. Параллельные вычисления выполнялись с помощью библиотеки для параллельных вычислений OpenMP (версия интерфейса 2.5).

Последовательная программа расчета зависимости перемещения сервопоршня от управляющего сигнала  $u$  распараллеливалась путем разбиения диапазона изменения переменной  $u$  на несколько частей, в каждой из которых вычисления производились одновременно.

Рассматривались следующие значения физических и геометрических параметров:  $m_1 = 0.05$  кг;  $m_2 = 0.05$  кг;  $S_{nop,1} = \pi \left( \frac{0.01}{2} \right)^2$  м<sup>2</sup>;  $S_{um} = \pi \left( \frac{0.005}{2} \right)^2$  м<sup>2</sup>;  $S_{nop,2} = S_{nop,1} - S_{um}$ ;  $S_{КПП} = \pi \left( \frac{0.01}{2} \right)^2$  м<sup>2</sup>;  $s_{ди}^{(max)} = s_{КПП}^{(max)} = \frac{Q_H}{\alpha \mu \sqrt{7}}$  ат;  $d_{ca} = 2 \sqrt{\frac{s_{ди}^{(max)}}{\pi}}$  м;  $s_{ex,1} = \pi \left( \frac{0.5}{2} \right)^2$ .

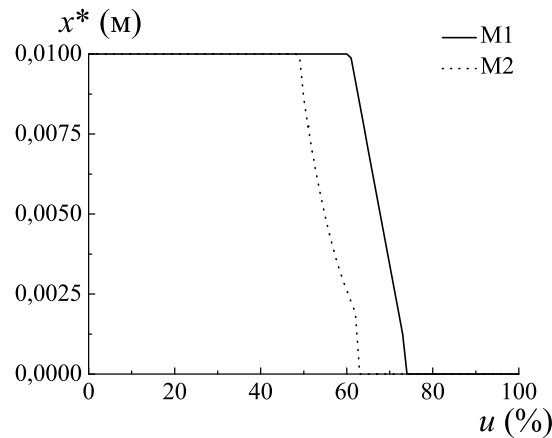
$\cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;  $s_{ex,2} = \pi \left(\frac{0.3}{2}\right)^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;  $s_{ca,1} = \pi \left(\frac{0.7}{2}\right)^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;  $s_{ca,2} = \pi \left(\frac{0.5}{2}\right)^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;  
 $s_3 = \frac{\pi}{1.6} \left(\frac{0.96}{2}\right)^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;  $s_\phi = 0.4748 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $h_{бок} = 0.01 \text{ м}$ ;  $P_{КПД} = 15 \text{ ат} =$   
 $= 14.715 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $P_{ca} = 3 \text{ ат} = 2.943 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $P_{KC} = 4.5 \text{ ат} = 3.924 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $c_1 = 0.5 \text{ кг/м}^2$ ;  
 $c_2 = 0.5 \text{ кг/м}^2$ ;  $R_{np,1} = 3 \text{ Н}$ ;  $R_{np,2} = 0.5 \text{ Н}$ ;  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ ;  $\gamma = 780 \text{ кг/(м}^2\text{с}^2)$ ;  $\mu = 0.75$ ;  
 $Q_H = 25000 \text{ л/час} = 1/144 \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $h_x = h_y = 0.01 \text{ м}$ . Частота изменения управляющего сигнала  $\nu = 40 \text{ Гц}$ , тогда период равен  $T = 1/\nu$ .

Начальные условия:

$$x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = 0,$$

где значения  $x_0, y_0$  задавались следующим образом. Фиксировалось начальное значение положения КПП  $y_0 = d_{ca}/10$ , а начальное положение сервопоршня  $x_0$  определялось из условия, что в начальный момент времени система является стационарной.

На рис. 2 приведены графики перемещения сервопоршня  $x^*$  в момент времени  $t = 10T$ , т.е. за 10 периодов колебания управляющих функций  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$  в зависимости от управляющего сигнала  $u$ . Видно, что сила  $F_{ПДИ}$ , учтенная в модели М2, «задерживает» смещение сервопоршня дроссельной иглы: наклонная часть кривой для М2 (пунктирная линия) смещается влево относительно кривой для М1 (сплошная линия) практически параллельно, т.е. поршень при наличии силы  $F_{ПДИ}$  смещается медленнее, чем без нее.



**Рис. 2.** Перемещение  $x^*$  поршня за 10 периодов колебаний управляющих функций  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$  в зависимости от управляющего сигнала  $u$

В табл. 1 приведены сравнения времени выполнения расчетов моделей с одним (М1) и двумя (М2) элементами, а также коэффициентов ускорения  $S_n$  и эффективности  $E_n$  параллельного алгоритма, которые вычислялись по формулам:

$$S_n = T_1/T_n, \quad E_n = S_n/n,$$

где  $T_1$  — время выполнения последовательного алгоритма;  $T_n$  — время выполнения параллельного алгоритма на  $n$  процессорах ( $n = 2, 4$ ). Из данной таблицы видно, что время выполнения последовательной программы для М2 почти в 2.2 раза больше, чем для М1, т.е. введение в систему с одним элементов еще одного элемента увеличивает время расчета более, чем в два раза.

Таблица 1. Сравнение характеристик для моделей М1 и М2

$n$	$T_n$ , сек.		$S_n$		$E_n$	
	М1	М2	М1	М2	М1	М2
1	279	608	—	—	—	—
2	184	355	1.52	1.71	0.76	0.86
4	127	174	2.20	3.49	0.55	0.87

## 4. Заключение

В данной работе представлены две математические модели функционирования одного (сервопоршня) и двух (сервопоршня и дроссельной иглы) подвижных элементов АДТ. В результате численных расчетов были получены следующие результаты:

- сила, действующая со стороны дроссельной иглы, препятствует перемещению сервопоршня;
- введение второго элемента в систему увеличивает продолжительность времени численного расчета по последовательной программе в 2.2 раза;
- параллельная реализация дает хорошие ускорение и эффективность алгоритма, причем лучший результат получается для модели М2 (коэффициент эффективности близок к значению 1).

В дальнейшем планируется моделирование агрегата дозирования топлива с большим числом подвижных элементов.

## Литература

1. Добрынин А. Н. Проектирование гидромеханических систем автоматического регулирования авиадвигателей. Часть 1. – М.: ЦИАМ, 1980. – 417 с.
2. Уткин В. И., Орлов Ю. В. Теория бесконечномерных систем управления на скользящих режимах. – М.: Наука, 1990. – 133 с.
3. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. – М.: Мир, 1990. – 512 с.