О минимальной запаздывающей и корректирующей связи для балансовой модели производства

Г.Г. Исламов, А.Г. Исламов

Предлагается алгоритм в среде многопоточного программирования CUDA для построения матрицы минимальной запаздывающей и корректирующей связи в управлении многоотраслевой экономикой при помощи ресурсов государственного резерва.

В дискретные плановые периоды $n = 0,1,2,...$ рассматривается эволюция многоотраслевой экономики со следующими экономическими показателями, соответствующими n - му периоду:

$x[n]$ - m-мерный неотрицательный вектор объёмов произведённой продукции;

$y[n]$ - m-мерный вектор объёмов продукции экспорта-импорта (положительные компоненты отвечают экспорту, а отрицательные – импорту)

$u[n]$ - m-мерный неотрицательный вектор управления экономикой, обеспечивающий дотацию производства ресурсами из государственного резерва.

Плановый показатель производства $x[n+1]$ на следующий период рассчитывается из балансового соотношения $x[n]+u[n] = Ax[n+1]+ y[n]$, где элементы $m\times m$ - матрицы A представляют собой нормы затрат в сфере производства. Рассмотрены два принципиально различных способа формирования вектора управления $u[n]$. По первому способу $u[n] = Hx[n]$ (H - матрица управления) дотация из государственного резерва на производство в следующем периоде рассчитывается по правилу запаздывающей связи. По второму способу, который мы называем корректирующей связью, управление рассчитывается по формуле $u[n] = Hx[n+1]$.

Пусть $\rho > 0$ есть заданный темп изменения экспорта-импорта, т. е. $y[n+1] = \rho \cdot y[n]$, $n = 0,1,2,...$, где $y[0]$ задано. Для обеспечения такого темпа изменения экспорта-импорта естественно потребовать аналогичного свойства и от производства продукции $x[n+1] = \rho \cdot x[n]$, $n = 0,1,2,...$, где $x[0]$ следует рассчитать. В этих предположениях имеем соответственно

$$(E+H)x[0] = \rho Ax[0]+ y[0],\ x[0] = \rho(A-H)x[0]+ y[0].$$

Для минимального значения ранга матрицы H управления экономикой, обеспечивающего любой темп ρ изменения экспорта-импорта из заданного диапазона $[\mu,\nu]$, имеем оценку

$$rank\, H \geq \max_{\mu\leq\rho\leq\nu} \dim\ker\left(\frac{1}{\rho}E - A\right).$$

Мы показываем, что нижняя граница в этом неравенстве достигается для обоих правил управления экономикой. Те матрицы H, для которых эта граница достигается, порождают минимальную соответственно запаздывающую и корректирующую связи.

Предложен высокопроизводительный алгоритм построения матрицы H минимальной запаздывающей и корректирующей связи в случае, когда матрица норм затрат A имеет базис Крылова. Все многопоточные вычисления выполняются на базе графических процессоров компании NVIDIA, поддерживающих технологию CUDA. Дополнительно рассмотрен случай, когда различные виды продукции вектора экспорта-импорта могут различаться темпами изменения: $y[n+1] = diag(\rho_1,...,\rho_m)y[n]$, где $\rho_i > 0$ есть темп изменения i- го вида продукции. Представленный в работе алгоритм относится к типичному случаю, когда каждое собственное подпространство матрицы норм затрат A одномерно. Кратный случай отвечает ситуации, когда матрица A подобна прямой сумме матриц Фробениуса и требует специальной техники расщепления.