

# Параллельные вычисления в моделировании российской экономики с учетом социальной стратификации\*

Н.Н. Оленёв

Экономике России для перехода к развитию необходима модернизация. В работе рассмотрена стратификация современного российского общества на десять страт, которые на плоскости с двумя осями – уровень образования по оси абсцисс и уровень доходов по оси ординат – составляют пирамиду. Описаны экономические функции указанных страт, динамика их демографической структуры, взаимодействие страт, получена динамика изменения валового национального продукта. Построенная модель используется для прогноза развития экономики России, для получения ответа на вопросы кто? и как? может участвовать в программе модернизации. Параллельные вычисления на кластерных суперкомпьютерах позволяют идентифицировать модель за приемлемое время.

## 1. Введение

Параллельные вычисления позволяют ускорить выполнение трудоемких расчетов, которые возникают при решении некоторых задач математического моделирования в экономике. Для проведения таких расчетов можно использовать естественный параллелизм исследуемой системы, состоящей из относительно независимых процессов (например, при расчете процессов в разных секторах экономики или процессов в разных слоях населения), расчет по каждому из которых производится независимо. Существенного ускорения при естественном распараллеливании на кластере добиться трудно, если процессы часто взаимодействуют. В настоящей работе рассмотрено разбитие общества на относительно независимые в экономическом плане социальные страты, что дает возможность получить ускорение расчетов при распараллеливании.

Параметры модели определяем параллельно по стратам. При этом, большую часть параметров модели невозможно определить непосредственно из данных статистики. Эти параметры определяем верификацией модели по статистическим данным, то есть косвенным образом, сравнивая близость расчетных и статистических временных рядов для макропоказателей.

Современная российская экономика, оказавшаяся в точке бифуркации в результате собственных проблем [1] и международного финансового кризиса, для развития нуждается в модернизации. Дальнейший рост за счет увеличения загрузки старых производственных мощностей уже невозможен, поскольку их текущая загрузка близка к предельной и может только уменьшаться по мере старения мощностей. Значит, в дальнейшем рост может идти только за счет развития, которое основано на строительстве новых производственных мощностей, сопровождаемом демонтажем старых мощностей. Как осуществить модернизацию и кто ее будет делать, зависит от сложившихся в обществе отношений между людьми.

В последнее время обсуждение произошедшей дифференциации доходов населения и его жесткой стратификации просочилась из специализированных социологических журналов в популярную прессу, чтобы стать предметом междисциплинарных обсуждений. В частности, в [2] указывается на невозможность решения назревших проблем с помощью социальной революции снизу в силу разобщенности экономических интересов страт, которые расщепляют общество поперек классов. При утрате общего языка общество становится управляемым и коррумпированным, поскольку междисциплинарную оценку заменяет финансовый интерес. В [2] указывается также на опасность самозащиты элиты: «бунт сытых – это война», конец которой вовсе не обязателен. Элита знает куда ударить, чтобы было по понятиям этой страты и наверняка больно для других страт. Для оздоровления общества требуется выработать междисциплинарные критерии оценки, новую общую эстетику, при этом применять принцип братства, который важнее

---

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 08-01-00377, 09-01-90201-Монг\_а), РГНФ (проекты №№ 10-02-00300-а, 08-02-61201-а/Т), ПФИ Президиума РАН П-2, ПФИ ОМН РАН № 2, гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (проект № НШ-3320.2010.1).

принципа соревнования. Чтобы проверить насколько такое представление о сложившихся отношениях внутри общества соответствует экономической действительности, можно построить математическую модель экономики страны, основанную на явном описании социальной стратификации с учетом демографических процессов, попробовать идентифицировать эту модель, а в дальнейшем с помощью идентифицированной модели проводить сценарные расчеты.

Для исследования сложившихся производственных и социальных отношений между людьми в настоящей работе предложена модель стратификация российского общества, в которой общество поделено на десять страт, каждая из которых характеризуется собственными особенностями и выполняет определенные экономические функции. Страты дифференцированы не только по уровню дохода, но также и по уровню образования, образуя своеобразную пирамиду. Описав экономические функции страт, демографическую динамику каждой страты, а также взаимодействие между ними, получим динамику изменения валового национального продукта. Построенную модель после ее идентификации можно будет использовать для прогноза развития экономики России.

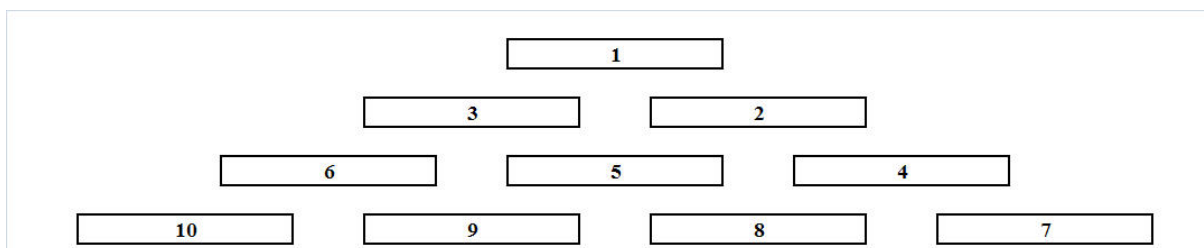
Похожая конструкция стратификации общества используется при моделировании региональной экономики, основанном на математическом описании взаимодействий между шестью выделенными стратами в экономике Кировской области [3]. В этой стратификации удалось привязать страты к конкретным отраслям региональной экономики, что подчеркивает несовпадение экономических функций страт и позволяет дать наглядную интерпретацию их взаимодействия.

Параллельные расчеты для оценки неизвестных параметров модели (их идентификации) проводились на кластерных суперкомпьютерах ВЦ РАН, МСЦ РАН (МВС 100К) и ВятГУ (НР HPC Enigma X000), причем их удалось осуществить за приемлемое время.

## **2. Модель российской экономики с учетом социальной стратификации**

В результате социально-экономических преобразований последних двух десятилетий произошло глубокое расслоение российского общества – его стратификация. Демократия дает всем равные возможности на старте, но люди имеют разные способности, предпочтения, получают разное образование, поэтому при выходе на экономическую сцену вместо равенства получают почти не пересекающиеся страты, которые характеризуют основных социальных агентов современного общества. Если изобразить страты на плоскости, где по оси абсцисс указан уровень образования, а по оси ординат уровень дохода, мы получим своеобразную пирамиду (см. рис.1). Указанная пирамида характеризует сложившуюся стратификацию современного российского общества, которая как нам представляется состоит из десяти страт:

1. Властные структуры России и ее регионов - Администрация Президента и Правительства, вертикаль власти, Главы и Правительства регионов и населенных пунктов, Госдума РФ, СФ, Верховный суд.
2. Элита - элитные группы в управлении (включая резерв власти), политике (деятели партий, оппозиция), экономике (крупные предприниматели, СЕО, олигархи), силовых структурах.
3. Менеджеры - предприниматели (кроме крупных), управляющие среднего звена, старшие офицеры, высококвалифицированные специалисты, новые русские.
4. Глобалисты – участники глобальных международных рынков, программисты, off-shore работники, которые легко перемещаются по странам мира.
5. Работники массовых профессий - офисные служащие, работники добывающих и перерабатывающих предприятий.
6. Работники торговли и сервиса – персонал торговли и общественного питания, финансового и страхового сервиса.
7. Интеллигенция – работники науки, образования, медицины и культуры.
8. Работники натуральных хозяйств – сельскохозяйственные работники, кустари, самозанятые.
9. Неработающие пенсионеры, безработные, беженцы.
10. Социальное дно – преступники, пьяницы, наркоманы, бродяги, бомжи и прочий андерграунд.



**Рис.1.** Стратификация современного российского общества по уровню образования (слева направо по оси абсцисс) и уровню дохода (снизу вверх по оси ординат). Краткие названия страт: 1) власть, 2) элита, 3) менеджмент, 4) глобалисты, 5) работники массовых профессий, 6) торговцы, 7) интеллигенция, 8) работники села, 9) неработающие пенсионеры, 10) социальное дно.

Модель экономики, построенная с учетом социальной стратификации, позволит не только делать прогнозные расчеты о развитии экономики России, но и позволит ответить на вопросы кто будет занят в программе модернизации и каким образом.

## 2.1 Динамика экономико-демографической структуры страты

Динамику численности населения, принадлежащего к определенной приносящей добавленную стоимость страте, описываем по схеме, представленной в [4,5]. Тем самым мы считаем, что страты отличаются не только уровнем дохода и уровнем образования, но также и демографическими характеристиками. В дальнейшем в этом разделе для простоты записи индекс страты опускаем. В каждый момент времени  $t$  рассмотрим динамику плотности распределения населения  $x_{s,t,a}$  пола  $s$  ( $s = f, m$  – женского, мужского) по возрасту  $a$ . Пусть  $\beta_{s,t,a}$  – сила смертности, т.е. доля людей пола  $s$  не доживших до своего следующего дня рождения среди тех, которые в момент исполнения им  $a$  лет в году  $t$  были живы. Тогда по определению силы смертности:

$$x_{s,t+1,a+1} = x_{s,t,a} (1 - \beta_{s,t,a}). \quad (1)$$

Пусть  $\gamma_{t,a}$  – коэффициент рождаемости, т.е. число новорожденных, появившихся на свет от женщин, имеющих в году  $t$  возраст  $a$  в расчете на одну женщину. В модели считаем, что эти характеристики равны нулю при  $a < 15$  и  $a > 45$ . Статистические данные соответствующим образом корректируем, перенеся внешние данные в крайние возрастные когорты. Также предположим, что  $\gamma_{t,a}$  не зависит от плотности  $x_{f,t,a}$ . Тогда можем записать следующее соотношение для числа новорожденных в году  $t$ :

$$\Gamma_t = \sum_{a=15}^{a=45} x_{f,t,a} \gamma_{t,a}. \quad (2)$$

При этом число новорожденных мальчиков и девочек определяется долей мальчиков  $\mu_t$  среди новорожденных:  $x_{m,t,0} = \mu_t \Gamma_t$ ,  $x_{f,t,0} = (1 - \mu_t) \Gamma_t$ .

Таким образом, зная плотность распределения населения по возрасту начальный год, а также коэффициенты смертности и рождаемости, можно дать прогноз эволюции этой плотности распределения. Для характеристики повозрастной динамики смертности используем формулу Гомперца-Мейкема [4,6]:

$$\beta_{s,t,a} = A_{s,t} + B_s e^{\delta_s a}. \quad (3)$$

где  $a$  – возраст,  $A_{s,t}$  – фоновая или социальная составляющая смертности, которая существенно зависит от страты и может меняться со временем по мере изменения характерного уровня дохода. Параметры  $B_s$  и  $\delta_s$  характеризуют потенциал биологической жизнеспособности страты, возрастную составляющую смертности, эти параметры мы считаем одинаковыми по всем стратам. Полагаем, что социальная составляющая смертности зависит от пола и уровня текущих доходов страты  $d_t$ . Если уровень доходов превысит некий минимальный уровень  $d^0$ , то социальная составляющая смертности начинает снижаться [6]. Опишем здесь эту зависимость следующей функцией:

$$A_{s,t} = A_s^+ \exp(-\lambda_s (d_t/d^0 - 1)_+), \quad (4)$$

где  $A_s^+$  – максимальный уровень социальной смертности. Здесь и далее используется обозначение  $(x)_+ = \max(0, x)$ . Это означает, что социальная составляющая силы смертности падает только тогда, когда этот уровень превысит заданную величину  $d^0$ .

Разница между биологическим и фактическим уровнем средней продолжительности жизни является индикатором несовершенства социальных, экономических и экологических условий жизни страты общества. Чтобы оценить коэффициенты, характеризующие биологическую составляющую смертности, используем статистические данные Швеции за 1980-90е гг. [4], где можно пренебречь социальной составляющей. Параметры легко определяются по методу наименьших квадратов после логарифмирования.

Найденные коэффициенты подставим в нашу модель и попытаемся определить социальную составляющую смертности. Предполагаем, что она в основном определяется трудовой мотивацией, и ищем в виде функции от возраста и дохода. Согласно статистическим данным смертность растет до некоторого уровня дохода, затем начинает снижаться. Поэтому считаем, что социальная составляющая до этого уровня является постоянной величиной, а затем снижается обратно пропорционально некоторой степени дохода.

Коэффициенты социальных составляющих по возрасту коэффициентов смертности определяем методом наименьших квадратов, сравнивая со статистическими рядами.

Численность занятых в экономике считаем пропорциональной численности населения трудоспособных возрастов, причем пределы трудоспособности зависят от страт: более образованные страты позже приступают к работе из-за получения образования, но зато позднее оказываются принадлежащим к страте одиноких неработающих пенсионеров. Если  $a_1$  – возраст начала работы населения в данной страте, а  $a_2$  – возраст окончания работы, то численность занятого в экономике населения в указанной страте  $L_t$  определяется по формуле:

$$L_t = \sum_{s=f}^m \chi_s \sum_{a=a_1}^{a=a_2} x_{s,t,a}, \quad (5)$$

где неотрицательные параметры  $\chi_s$  имеют смысл доли работающих соответствующего пола от численности людей трудоспособного возраста.

Заметим, что все показатели и параметры зависят от страты.

Мобильность населения между стратами определяется по заданным нормативам и осуществляется в возрасте получения соответствующего уровня образования.

## 2.2. Вычисление ВВП

Выпуск продукции стратой (добавленная ею стоимость) определяется численностью людей трудоспособного возраста в данной страте. Считаем, что в каждый момент времени  $t$  производительность труда каждой страты  $i$  задана нормой  $\theta_t^i$  выпуска (добавленной стоимости) на единицу живого труда, который определяет выпуск  $y_t^i$  созданный стратой:

$$y_t^i = \theta_t^i L_t^i, \quad (6)$$

Сумма выпуска по всем стратам определяет валовой национальный продукт (ВНП), поскольку мы учитываем выпуск продукта гражданами России, отнесенными в ту или иную страту, независимо от их текущего места проживания.

Дадим теперь математическое описание образования добавленной стоимости внутри фиксированной страты. В модели считаем для простоты описания, что инфляция описывается единственным индексом цен: дефлятором валового внутреннего продукта  $p(t)$ , а все макропоказатели экономики с помощью этого индекса приведены в цены базового года.

Производительность труда  $\theta_t^i$  в страте  $i$  зависит от среднего оборотного капитала  $k_t^i$  в ней и среднего уровня образования  $o_t^i$ :

$$\theta_t^i = \theta^i(k_t^i, o_t^i). \quad (7)$$

Считаем, что показатели  $k_t^i$ ,  $o_t^i$ , определяющие производительность труда в  $i$ -й страте, зависят от среднего уровня доходов в соответствующей страте  $s_t^i = d_t^i / L_t^i$ . Здесь эти зависимости представлены соотношениями

$$k_t^i = \kappa^i s_t^i, \quad o_t^i = \rho^i \sum_{a=0}^{A_i} s_{t-a}^i, \quad (8)$$

где  $\kappa^i, \rho^i$  – положительные константы,  $A^i$  – средний возраст обучения в  $i$ -й страте. При этом в качестве функции (7) возьмем производственную функцию леонтьевского типа:  $\theta^i(k_t^i, o_t^i) = \min(k_t^i, o_t^i)$ .

Пусть  $q^i$  – доля теневого дохода в  $i$ -й страте,  $n^i$  – уровень налогообложения в ней (налогообложение доходов разных страт отличается в силу принятой в России регрессионной шкалы),  $m^i$  – уровень собираемости штрафов за уклонение от налогов, тогда  $q^i y_t^i$  – теневые доходы,  $(1 - q^i) y_t^i$  – легальные доходы,  $n^i (1 - q^i) y_t^i$  – налоговые отчисления, а  $m^i q^i y_t^i$  – штрафные санкции с  $i$ -й страты. Налоговые отчисления и штрафные санкции поступают в консолидированный бюджет страны, образуя доходы бюджета, которыми распоряжается власть – страта 1. Власть осуществляет расходы бюджета, осуществляя трансферты во все страты. Доходы консолидированного бюджета  $D_t$  и его расходы  $R_t$  определяются соотношениями:

$$D_t = \sum_{i=1}^{10} (n^i - (n^i - m^i) q^i) y_t^i, \quad (9)$$

$$R_t = \sum_{i=1}^{10} r^i D_t \quad (10)$$

где  $r^i \in [0,1)$  – доля доходов бюджета, идущая  $i$ -й страте. В случае сбалансированного бюджета

$$\sum_{i=1}^{10} r^i = 1.$$

Для замыкания модели формирования доходов страт считаем, что доходы первой страты  $C_t^1$  (включая коррупционные) пропорциональны числу членов этой страты трудоспособного возраста  $L_t^1$ , а расходы других страт ограничены их теневыми доходами:

$$C_t^1 = c^1 L_t^1 + \sum_{i=2}^{10} \min(c^i L_t^i, (1-m^i)q^i y_t^i), \quad (11)$$

где  $c^i$  - норма прибыли первой страты с одного члена  $i$ -й страты (включая взятки). Из-за недостатка статистических данных, а также для простоты первоначальных расчетов дерево связей в передаче прибыли пока не строится.

Теперь можно определить реальные располагаемые доходы страт  $d_t^i$  после налогообложения, штрафных санкций и бюджетных трансфертов:

$$d_t^1 = C_t^1 - c^1 L_t^1 + r^1 D_t + (1-n^1 + (n^1 - m^1)q^1)y_t^1, \quad (12)$$

$$d_t^i = r^i D_t + (1-n^i + (n^i - m^i)q^i)y_t^i, \quad (i = 2, \dots, 10). \quad (13)$$

На основании полученных данных по имеющимся материально-сервисным и соответствующим им финансовым потокам определяем валовой национальный продукт (ВНП) как сумму первоначальных доходов отдельных ее отраслей-страт:

$$Y_t = \sum_{i=1}^{10} y_t^i. \quad (14)$$

Федеральное агентство по статистике представляет данные по валовому внутреннему продукту (ВВП). ВВП в рамках предложенной здесь модели можно вычислить, вычтя из ВНП (14) первоначальные доходы четвертой страты (глобалистов).

### 3. Параллельные вычисления в идентификации модели

Параллельные вычисления в идентификации параметров модели реализованы с использованием технологии MPI на языке C++, так как это описано в [7,8]. Параметры каждой страты идентифицировались параллельно по одинаковому набору параметров. Перетоки населения между стратами рассматривались как внешние заданные функции времени.

Каждый из параметров модели может изменяться заданное количество раз в определенном диапазоне. Нижнюю границу диапазонов изменения каждого параметра будем хранить в массиве `limits1`, верхнюю - в `limits2`, число изменений по каждому параметру будем хранить в массиве `N`. Таким образом, общее число итераций по всем параметрам для получения одного решения задачи ( $NN$ ) вычисляется следующим программным кодом:

```

unsigned int NN = 1; // всего итераций
for (int p = 0; p < NUM_OF_PARAMS; p++) {
    NN *= N[p];
    step[p] = N[p] == 1 ? 0.0 : (limits2[p] - limits1[p])
        / (N[p] - 1);
}

```

Рис. 2. Расчет общего числа итераций и шага

Этот же программный код вычисляет величину шага изменения каждого параметра `step`.

Для удобства параллелизации процесса перебора параметров вместо пяти циклов будем работать с одним, с общим числом итераций NN. При каждой итерации этого общего цикла рассчитываются индексы виртуальных циклов при помощи процедуры calcIndexes(), которая выглядит следующим образом:

```
void calcIndexes(unsigned int iii, int *N, int *i) {
    for (int j = NUM_OF_PARAMS-1; j >= 0; j--) {
        i[j] = iii % N[j];
        iii = (iii - i[j]) / N[j];
    }
}
```

Рис. 3. Алгоритм расчета индексов виртуальных циклов

Статистические значения ВВП будем хранить в массиве Y\_, а расчетные значения для каждого набора параметров в массиве Y. В качестве критериев близости расчетного и статистического временных рядов используем коэффициент близости  $U(X, Y) = 1 - E(X, Y)$ , где  $E(X, Y)$  – индекс Тейла [9].

Чем выше  $U(X, Y)$  (чем ближе он к единице), тем более близки ряды.

$$U(X, Y) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{t=t_0}^T (X_t - Y_t)^2}{\sum_{t=t_0}^T X_t^2 + \sum_{t=t_0}^T Y_t^2}}$$

Расчет коэффициента близости производится при помощи функции bliz():

```
float bliz(float *x, float *y, int n) {
    float d1 = 0.0, d2 = 0.0, d3 = 0.0;
    for (int p = 0; p < n; p++) {
        d1 += pow(x[p] - y[p], 2);
        d2 += pow(x[p], 2);
        d3 += pow(y[p], 2);
    }
    return 1.0 - sqrt(d1 / (d2 + d3));
}
```

Рис. 4. Расчет коэффициентов близости

При расчетах используются несколько констант, которые предварительно идентифицированы из статистических данных. Константы, необходимые для расчетов хранятся в массиве fCONST.

Основной вычислительный цикл выглядит следующим образом

```
for (unsigned int j = jStart; j < jEnd; j++) {
    calcIndexes(j, N, i);

    for (int p = 0; p < NUM_OF_PARAMS; p++) {
        par[p] = limits1[p] + i[p] * step[p];
    }

    float fkLast, y[YEARS], Y[YEARS];
    for (int t = 0; t < YEARS; t++) {
```

```

        float fk;
        if (t == 0) {
            fk = 1;
        } else {
            fk = fkLast - par[3] * fkLast +
par[4] *
fCONST[3] * y[t-1] / fp(t-1);
        }
        fkLast = fk;

        y[t] = pow(par[0] * pow(f1(t), -par[1]) +
(1 - par[0]) * pow(fk, - par[1]), -par[2] / par[1]);
        Y[t] = y[t] * Y_[0];
    }

    float F = bliz(Y_, Y, YEARS);
    if (/*F < 0.990 && */F > bestF) {
        // найдено решение, лучшее, чем предыдущее
        copyArray(par, bestPar, NUM_OF_PARAMS);
        copyArray(Y, bestY, YEARS);
        bestF = F;
        // как менялось лучшее решение...
        fprintf(perProcLog, "%d %f: ", j, F);
        printFloatArray(par, NUM_OF_PARAMS,
            perProcLog);
    }
}

float fp(int t) {
    return fCONST[0] + (1 - fCONST[0]) * (1 + t) *
exp(- fCONST[1] * t);
}

float f1(int t) {
    return exp(fCONST[2] * t);
}

```

Рис. 5. Основной вычислительный цикл

В каждом вычислительном процессе переменные `jStart` и `jEnd` вычисляются автоматически согласно номеру процесса:

```

int slice = (int) (NN / numproc);
int jStart = procind * slice;
int jEnd = (procind + 1) * slice;

```

Рис. 6. Расчет начального и конечного индексов

При завершении расчета каждый процесс, отличный от нулевого, посылает нулевому процессу результаты своих расчетов, свое локальное лучшее решение:

```

MPI_Send(&bestF, 1, MPI_FLOAT, 0, 77,
MPI_COMM_WORLD);
MPI_Send(bestPar, NUM_OF_PARAMS, MPI_FLOAT, 0, 77,
MPI_COMM_WORLD);
MPI_Send(bestY, YEARS, MPI_FLOAT, 0, 77,
MPI_COMM_WORLD);

```

Рис. 7. Передача расчета от рабочих мастеру



Нулевой процесс, в свою очередь принимает от остальных процессов решения и выбирает из них наилучшее, отображая его на экран.

#### 4. Результаты идентификации

Для идентификации модели (оценки ее параметров) в основном использовались статистические данные, представленные на сайте Федерального агентства по статистике <http://www.gks.ru>. Часть этих макропоказателей, относящихся к 2000-2006 годам представлена в третьей главе книги [1]. Для сокращения времени расчета, чрезвычайно большого в общем случае из-за проклятия размерности, число перебираемых параметров сокращено до приемлемого уровня за счет эвристической процедуры, частично описанной ниже.

Демографические данные модели были определены непосредственно по статистике рождаемости и смертности. Для определения естественно-биологических параметров смертности  $B_s$  и  $\delta_s$  (см. формулу (3)), предполагаемых общими для всех выделенных страт, воспользуемся известными данными Швеции [4] общей смертности людей в возрасте от 60 до 84 лет. В результате расчетов были получены такие оценки:  $B_f = 0.001276 \pm 0.000038$ ,  $\delta_f = 0.1053 \pm 0.0028$ ,  $B_m = 0.01791 \pm 0.00012$ ,  $\delta_m = 0.083 \pm 0.015$  (1/год). Число мальчиков среди новорожденных считаем не зависимым от страты и года:  $\mu_i^i = 0.512$ . Социальная составляющая коэффициентов смертности предполагалась различной в разных стратах, зависимой от среднего уровня дохода в страте, а максимальный уровень предполагался зависим также от пола (см. формулу (4)). Статистическая информация по стратам России отсутствует, поэтому использовалась информация по регионам и прикидочные расчеты для оценки этих параметров. В результате получены следующие оценки:

**Таблица 1.** Оценка параметров социальной составляющей смертности РФ

Страты $i$	$A_f^{+,i}$	$A_m^{+,i}$	$\lambda^i$	$d^{0,i}$ , тыс.руб./год
1	$0.005 \pm 0.001$	$0.006 \pm 0.001$	$0.015 \pm 0.001$	$6000 \pm 200$
2	$0.007 \pm 0.001$	$0.007 \pm 0.001$	$0.011 \pm 0.001$	$3000 \pm 100$
3	$0.007 \pm 0.001$	$0.007 \pm 0.001$	$0.011 \pm 0.001$	$3000 \pm 100$
4	$0.008 \pm 0.001$	$0.010 \pm 0.001$	$0.017 \pm 0.001$	$600 \pm 20$
5	$0.008 \pm 0.001$	$0.010 \pm 0.001$	$0.017 \pm 0.001$	$600 \pm 20$
6	$0.008 \pm 0.001$	$0.011 \pm 0.001$	$0.017 \pm 0.001$	$600 \pm 20$
7	$0.011 \pm 0.001$	$0.016 \pm 0.001$	$0.015 \pm 0.001$	$198 \pm 5$
8	$0.012 \pm 0.001$	$0.017 \pm 0.001$	$0.015 \pm 0.001$	$183 \pm 5$
9	$0.015 \pm 0.001$	$0.019 \pm 0.001$	$0.015 \pm 0.001$	$145 \pm 5$
10	$0.025 \pm 0.001$	$0.025 \pm 0.001$	$0.015 \pm 0.001$	$120 \pm 5$

Для простоты оценки уровень штрафных санкций полагаем равным 0, а уровни налогообложения всех страт – равными:  $m^i = 0$ ,  $n^i = n$ . Среднее число лет обучения по стратам задаем экспертной оценкой:  $A^1 = A^2 = 20$ ,  $A^3 = A^4 = A^7 = 17$ ,  $A^5 = 15$ ,  $A^6 = A^8 = A^9 = 10$ ,  $A^{10} = 7$ .

Оставшиеся пятьдесят неизвестных параметров определяем с помощью параллельных вычислений на кластерном суперкомпьютере: число занятых среди трудоспособных обоого пола  $\chi_f^i$ ,  $\chi_m^i$ , коэффициенты при оборотном капитале  $\kappa^i$ , коэффициенты при оценке уровня образования  $\rho^i$ , доли теневого оборота  $q^i$ ,  $i = 1, \dots, 10$ .

Расчеты осуществлялись на кластерных суперкомпьютерах ВЦ РАН, МСЦ РАН и ВятГУ. Время расчета составляло несколько часов при использовании от 16 до 512 процессоров.

**Таблица 2.** Результаты Оценка параметров модели

Страты $i$	$\chi_f^i$	$\chi_m^i$	$\kappa^i$	$o^i$	$q^i$
1	$0.5 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$0.2 \pm 0.1$	$15.0 \pm 0.5$	$0.5 \pm 0.1$
2	$0.5 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$1.5 \pm 0.1$	$17.0 \pm 0.5$	$0.5 \pm 0.1$
3	$0.4 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$
4	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$1.5 \pm 0.1$	$5.0 \pm 0.5$	$0.6 \pm 0.1$
5	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$1.0 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$0.4 \pm 0.1$
6	$0.6 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$0.9 \pm 0.1$
7	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$1.5 \pm 0.1$	$5.0 \pm 0.5$	$0.3 \pm 0.1$
8	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$1.3 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$
9	$0.2 \pm 0.1$	$0.3 \pm 0.1$	$0.3 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$0.1 \pm 0.1$
10	$0.5 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$0.1 \pm 0.1$	$0.5 \pm 0.1$	$1.0 \pm 0.1$

Указанные в табл. 2 оценки параметров страт следует считать предварительными, поскольку и исходные статистические данные требуют уточнения.

## 5. Заключение

Итак, в результате параллельных вычислений по оценке параметров на основе верификации валового внутреннего продукта и других макропоказателей экономики России 2000-2009 гг. получен работоспособный вариант математической модели экономики, основанный на описании предложенного расслоения населения России по десяти стратам. Расчеты по такой модели можно использовать для прогноза динамики макроэкономических показателей России, поскольку параметры модели идентифицированы с помощью высокопроизводительных параллельных вычислений на кластерах МСЦ РАН и ВятГУ по исходным статистическим данным. Явная стратификация населения дополнительно позволяет делать выводы о том, как осуществлять крупные экономические преобразования, ответив на вопросы: кто и как их будет делать.

## Литература

1. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. -М.: ВЦ РАН. 2007. -120 с. <http://www.ccas.ru/mmcs/distcompbook.pdf>
2. Кантор М. Бунт Сытых// "Новая Газета", № 127, 16 ноября 2009 <http://www.novayagazeta.ru/data/2009/127/16.html>
3. Фетинина А.И. Высокопроизводительные вычисления при моделировании стратификации в региональной экономике // Наст. сб. -С.
4. Можжерина Е.Ю., Оленев Н.Н. К построению экономико-демографической модели с производственными фондами, дифференцированными по моментам создания // Математическое моделирование развивающейся экономики и экологии. ЭКОМОД-2009. Сборник трудов. -Киров: ВятГУ, 2009. -С.229-241.
5. Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И., Оленев Н.Н. Опыт имитационного моделирования при анализе социально-экономических явлений . М.: МЗ Пресс. 2005. 136 с.
6. Величковский Б.Т. Жизнеспособность нации. Роль социального стресса и генетических особенностей популяции в развитии демографического кризиса и изменении состояния здоровья населения России. М.: РАМН, 2009. 176 с.
7. Кошечев А.В., Оленев Н.Н. «Модель взаимодействия региональных экономических систем. Учебное пособие». Киров: Изд-во ВятГУ, 2009. –40 с.

8. Оленев Н.Н., Стародубцева В.С. Исследование влияния теневого оборота на социально-экономическое положение в Республике Алтай // Региональная экономика: теория и практика. 2008. № 11 (68). -С.32-37.
9. Оленев Н.Н., Фетинина А.И. Моделирование экономики Кировской области с применением технологий параллельного программирования// Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. Январь-февраль 2010. № 1(65). С. 108-113.